CRITERIO DE LA PRIMERA DERIVADA PARA CLASIFICAR EXTREMOS

MOOC. UPV. Derivadas. Criterio de la primera derivada. Video 24/28. UPV. Santiago Moll López.

TEOREMA (Criterio de la primera derivada)

Sea c un valor crítico de una función f (x) continua en un intervalo abierto l que contiene a c.

Si f (x) es derivable en ese intervalo, excepto quizá en (c, f (c)) se clasifica así:

1.- Si f ‘ (x) cambia en c de negativa (decreciente) a positiva (creciente), entonces f (c) es un mínimo relativo de f.

2.- Si f ‘ (x) cambia en c de positiva (creciente) a negativa (decreciente), entonces f (c) es un máximo relativo de f.

Ejemplo:

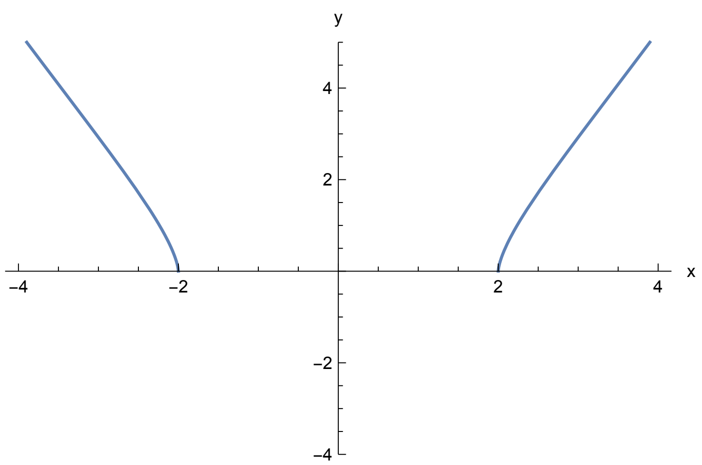
Halla los extremos relativos de f (x) = $(x^2 - 4)^{2/3}$

Solución:

In[51]:=
```
f[x_] = (x^2 - 4)^(2/3)
```
Out[51]= $\left(-4 + x^2\right)^{2/3}$

La representamos para ver como es:

In[52]:=
```
Plot[f[x], {x, -4, 4}, AxesLabel → {"x", "y"}, PlotRange → {-4, 5}]
```
representación gráfica · etiqueta de ejes · rango de representación

Out[52]=


La función f (x) es continua en toda la recta real. Su derivada es:

In[53]:=
```
f'[x]
```
Out[53]= $\dfrac{4\,x}{3\,\left(-4 + x^2\right)^{1/3}}$

Igualando a cero:

In[54]:=
```
Solve[f'[x] == 0, x]
```
resuelve

Out[54]= $\{\{x \to 0\}\}$

No es el único punto crítico de la función. Porque esta función no está definida para los valores -2 y 2, que son los valores que anulan el denominador de la derivada. Luego 2 y -2 también se tienen que considerar como puntos críticos, aparte del cero.

Tenemos pues tres puntos críticos, en esos puntos la derivada vale cero, por lo que dividiremos la recta real en 4 intervalos:

In[55]:=
```
TableForm[{{"(-∞,-2)", "(-2, 0)", "(0, 2)", "(2, +∞)"},
  {-3, -1, 1, 3}, {f'[-3], f'[-1], f'[1], f'[3]},
  {"Decreciente", "Creciente", "Decreciente", "Creciente"}},
 TableHeadings → {{"Intervalo", "Valor prueba", "Imagen", "Resultado"},
   {"I1", "I2", "I3", "I4"}}]
```
forma de tabla

cabeceras de tabla

Out[55]//TableForm=

	I1	I2	I3	I4
Intervalo	(−∞,−2)	(−2, 0)	(0, 2)	(2, +∞)
Valor prueba	−3	−1	1	3
Imagen	$-\frac{4}{5^{1/3}}$	$\frac{4\,(-1)^{2/3}}{3\times 3^{1/3}}$	$-\frac{4\,(-1)^{2/3}}{3\times 3^{1/3}}$	$\frac{4}{5^{1/3}}$
Resultado	Decreciente	Creciente	Decreciente	Creciente

Del criterio de la primera derivada se obtiene que f (x) tiene en x = -2 un mínimo relativo, en x = 0 un máximo relativo y en x = 2 un mínimo relativo.

Ejemplo:

Halla los extremos relativos de g (x) = $\frac{x^4+1}{x^2}$

Solución:

In[56]:= $g[x\_] = \frac{x^4+1}{x^2}$

Out[56]= $\frac{1+x^4}{x^2}$

La función es continua en toda la recta real excepto en x = 0. Su derivada es:

In[57]:=
```
g'[x]
```

Out[57]= $4\,x - \frac{2\times\left(1+x^4\right)}{x^3}$

Igualando a cero:

In[58]:=
```
Solve[g'[x] == 0, x]
```
resuelve

Out[58]= $\{\{x \to -1\}, \{x \to -i\}, \{x \to i\}, \{x \to 1\}\}$

Tenemos pues tres puntos críticos: x = 0, x = 1, x = -1. En esos puntos la derivada vale cero, por lo que dividiremos la recta real en 4 intervalos:

In[59]:=
```
TableForm[{{"(-∞,-1)", "(-1, 0)", "(0, 1)", "(1, +∞)"},
  {-2, -1/2, 1/2, 2}, {g'[-2], g'[-1/2], g'[1/2], g'[2]},
  {"Decreciente", "Creciente", "Decreciente", "Creciente"}},
 TableHeadings → {{"Intervalo", "Valor prueba", "Imagen", "Resultado"},
   {"I1", "I2", "I3", "I4"}}]
```
forma de tabla · cabeceras de tabla

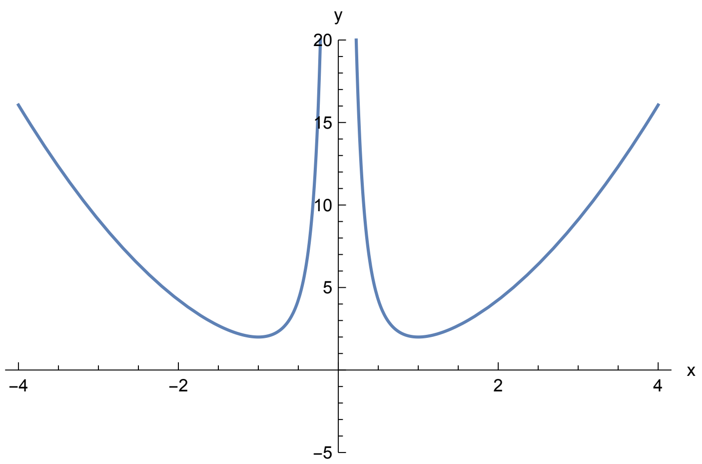
Out[59]//TableForm=

	I1	I2	I3	I4
Intervalo	(−∞,−1)	(−1, 0)	(0, 1)	(1, +∞)
Valor prueba	-2	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	2
Imagen	$-\frac{15}{4}$	15	-15	$\frac{15}{4}$
Resultado	Decreciente	Creciente	Decreciente	Creciente

Del criterio de la primera derivada se obtiene que g (x) tiene en x = -1 un mínimo relativo, en x = 0 la función no está definida (tiene una asíntota vertical) relativo y en x = 1 un mínimo relativo.

In[60]:=
```
Plot[g[x], {x, -4, 4}, AxesLabel → {"x", "y"}, PlotRange → {-5, 20}]
```
representación gráfica · etiqueta de ejes · rango de representación

Out[60]=



NOTA

No me dan las mismas gráficas que presenta en el video.