OPERACIONES CON NUMEROS COMPLEJOS EN FORMA POLAR

Ejercicios propuestos, p155. Matemáticas I Bachillerato. ANAYA.

In[∘]:=
```
Clear["Global`*"];
```
borra

1.- Efectúa estas operaciones y da el resultado en forma polar y en forma binómica: a) $1_{150}\cdot 5_{30}$; b) $6_{45}: 3_{15}$; c) $2_{10}.\cdot 1_{40}\cdot 3_{70}$; d) $5_{\frac{2\pi}{3}}: 1_{60}$; e) $\left(1-\sqrt{3}\, i\right)^5$; f) (3+2i)+(-3+2i)

Para el primer caso, el resultado sería:

Si procedemos paso a paso, tendríamos que pasar los ángulos a radianes:

In[∘]:= $150 * \frac{\pi}{180}$

Out[∘]= $\frac{5\pi}{6}$

In[∘]:= $30 * \frac{\pi}{180}$

Out[∘]= $\frac{\pi}{6}$

Luego, la multiplicación de los números complejos en forma polar sería:

In[∘]:= $1\, E^{\frac{5\pi}{6}} * 5\, E^{\frac{\pi}{6}}$

Out[∘]= $5\, e^{\pi}$

Es decir, en forma polar:

In[∘]:= 5_{π}

Out[∘]= 5_{π}

Si lo pasamos a forma binómica:

In[∘]:= $5\,(\text{Cos}[\pi] + i\, \text{Sin}[\pi])$
coseno seno

Out[∘]= -5

El número complejo en forma binómica:

In[∘]:= $-5 + 0\, I$
númer

Out[∘]= -5

Para el segundo caso...

Procedemos en primer lugar a pasar los ángulos a radianes:

In[∘]:= $45 * \frac{\pi}{180}$

Out[∘]=
$\frac{\pi}{4}$

In[∘]:= $15 * \frac{\pi}{180}$

Out[∘]=
$\frac{\pi}{12}$

Luego, la multiplicación de los números complejos en forma polar sería:

In[∘]:= $6\,E^{\frac{\pi}{4}} \Big/ 3\,E^{\frac{\pi}{12}}$

Out[∘]=
$2\,e^{\pi/3}$

Si lo pasamos a forma binómica:

In[∘]:= 2 (Cos[π / 3] + i Sin[π / 3])
coseno seno

Out[∘]=
$2\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}\,i}{2}\right)$

In[∘]:= Expand[%]
expande factores

Out[∘]=
$1+\sqrt{3}\,i$

El número complejo en forma binómica:

In[∘]:= $1 + \sqrt{3}\,I$
nú

Out[∘]=
$1+i\sqrt{3}$

En el tercer caso...

Procedemos en primer lugar a pasar los ángulos a radianes:

In[∘]:= $10 * \frac{\pi}{180}$

Out[∘]=
$\frac{\pi}{18}$

In[∘]:= $40 * \frac{\pi}{180}$

Out[∘]=
$\frac{2\pi}{9}$

In[ ]:= $70 * \frac{\pi}{180}$

Out[ ]=

$\frac{7\pi}{18}$

El producto será:

In[ ]:= $6\, E^{\frac{2\pi}{3}}$

Out[ ]=

$6\, e^{2\pi/3}$

Para pasarlo a forma binómica:

In[ ]:= $6\left(\text{Cos}\left[\frac{2\pi}{3}\right] + i\ \text{Sin}\left[\frac{2\pi}{3}\right]\right)$
coseno seno

Out[ ]=

$6\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}\, i}{2}\right)$

In[ ]:= Expand[%]
expande factores

Out[ ]=

$-3 + 3\sqrt{3}\, i$

En el cuarto caso...

Procedemos en primer lugar a pasar los ángulos a radianes:

In[ ]:= $60 * \frac{\pi}{180}$

Out[ ]=

$\frac{\pi}{3}$

luego el cociente será:

In[ ]:= $5\, E^{\frac{\pi}{3}}$

Out[ ]=

$5\, e^{\pi/3}$

Para pasarlo a forma binómica:

In[ ]:= $5\left(\text{Cos}\left[\frac{\pi}{3}\right] + i\ \text{Sin}\left[\frac{\pi}{3}\right]\right)$
coseno seno

Out[ ]=

$5\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}\, i}{2}\right)$

In[ ]:= Expand[%]
expande factores

Out[ ]=

$\frac{5}{2} + \frac{5\sqrt{3}\, i}{2}$

En el quinto caso e) $\left(1-\sqrt{3}\, i\right)^5$

Procedemos en primer lugar a pasar la base de la potencia que está en forma binómica a polar. Para ello, definimos el complejo:

In[ ]:= `z1 = (1 - √3 I)`
núm

Out[ ]=

$1 - i\sqrt{3}$

Calculamos su módulo, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$:

In[ ]:= `r1 = Abs[z1]`
valor absol

Out[ ]=

2

Calculamos su ángulo (argumento), α = ArcTan$\left[\frac{b}{a}\right]$:

In[ ]:= `α1 = Arg[z1]`
argumento

Out[ ]=

$$-\frac{\pi}{3}$$

Convertimos el formato del número complejo a la forma polar, $r\, e^{i\,\alpha}$:

In[ ]:= `r1 Exp[α1]`
exponencia

Out[ ]=

$2\, e^{-\pi/3}$

In[ ]:= $e^{-\pi/3}$ `Abs[z1]`
valor absol

Out[ ]=

$2\, e^{-\pi/3}$

Como está elevado a la quinta potencia:

In[ ]:= $\left(2\, e^{-\pi/3}\right)^5$

Out[ ]=

$32\, e^{-5\pi/3}$

Para pasarlo a forma binómica:

In[ ]:= $32\left(\text{Cos}\left[\frac{-5\pi}{3}\right] + i\ \text{Sin}\left[\frac{-5\pi}{3}\right]\right)$
coseno seno

Out[ ]=

$$32\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}\, i}{2}\right)$$

In[ ]:= `Expand[%]`
expande factores

Out[ ]=

$16 + 16\sqrt{3}\, i$

Para el sexto caso f) (3+2i)+(-3+2i)

En primer lugar hacemos el producto:

In[∘]:=
```
(3 + 2 I) + (-3 + 2 I)
        número i   núr
```
Out[∘]=

4 i

El resultado es el número complejo:

In[∘]:=
```
z2 = 4 I
       númer
```
Out[∘]=

4 i

Calculamos su módulo, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$:

In[∘]:=
```
r2 = Abs[z2]
     valor absolı
```
Out[∘]=

4

Calculamos su ángulo (argumento), $\alpha = \mathrm{ArcTan}\left[\frac{b}{a}\right]$:

In[∘]:=
```
α2 = Arg[z2]
     argumento
```
Out[∘]=

$\frac{\pi}{2}$

Convertimos el formato del número complejo a la forma polar, $r\, e^{i\,\alpha}$:

In[∘]:=
```
r2 Exp[α2]
   exponencia
```
Out[∘]=

$4\, e^{\pi/2}$

Para pasarlo a forma binómica:

In[∘]:=

$4\left(\mathrm{Cos}\left[\frac{\pi}{2}\right] + i\, \mathrm{Sin}\left[\frac{\pi}{2}\right]\right)$

coseno   seno

Out[∘]=

4 i

2.- Compara los resultados en cada caso:

In[∘]:=

CurrentImage [a) $(2_{30^\circ})^3,\ (2_{150^\circ})^3,\ (2_{270^\circ})^3$
b) $(2_{60^\circ})^4,\ (2_{150^\circ})^4,\ (2_{270^\circ})^4,\ (2_{330^\circ})^4$];

imagen actual

••• CurrentImage : The number of images a) $(2_{30^\circ})^3, (2_{150^\circ})^3, (2_{270^\circ})^3$ b) $(2_{60^\circ})^4, (2_{150^\circ})^4, (2_{270^\circ})^4, (2_{330^\circ})^4$ requested is not a positive integer.

```
In[ ]:= (* Hay que introducir el complejo en forma polar en sus partes: módulo,
argumento (grados), potencia *)
(* La llamada a la función será PotenciaPolar[modulo, argumento, potencia] *)
(* El resultado de la aplicación de la función será: módulo,
argumento (grados), argumento (radianes),
complejo en polar (grados), complejo en polar (radianes) *)
```

Para el caso 2a:

```
In[ ]:= PotenciaPolar[modulo_, argumento_, potencia_] :=
  Module[{Modulo = 0, ArgumentoGrados = 0, ArgumentoRadianes = 0,
   Potencia = 0, NumeroPolarGrados = 0, NumeroPolarRadianes = 0},
      Modulo = modulo^potencia;
      ArgumentoGrados = argumento;
      ArgumentoRadianes = argumento * π/180;
      NumeroPolarGrados = Modulo Exp[ArgumentoGrados];
      NumeroPolarRadianes = Modulo Exp[ArgumentoRadianes];
      Print["Módulo= ", Modulo];
      Print["Argumento (grados)= ", ArgumentoGrados];
      Print["Argumento (radianes)= ", ArgumentoRadianes];

   Print["El número complejo en polar grados es= ", NumeroPolarGrados];

   Print["El número complejo en polar radianes es= ", NumeroPolarRadianes];

  ]
```

```
In[ ]:= PotenciaPolar[2, 30, 3]
```

Módulo= 8

Argumento (grados)= 30

Argumento (radianes)= $\frac{\pi}{6}$

El número complejo en polar grados es= $8\,e^{30}$

El número complejo en polar radianes es= $8\,e^{\pi/6}$

```
In[ ]:= PotenciaPolar[2, 150, 3]
```

Módulo= 8

Argumento (grados)= 150

Argumento (radianes)= $\frac{5\pi}{6}$

El número complejo en polar grados es= $8\,e^{150}$

El número complejo en polar radianes es= $8\,e^{5\pi/6}$

In[ ]:= **PotenciaPolar[2, 270, 3]**

Módulo= 8

Argumento (grados)= 270

Argumento (radianes)= $\frac{3\pi}{2}$

El número complejo en polar grados es= $8\,e^{270}$

El número complejo en polar radianes es= $8\,e^{3\pi/2}$

Para el caso 2b:

In[ ]:= **PotenciaPolar[2, 60, 4]**

Módulo= 16

Argumento (grados)= 60

Argumento (radianes)= $\frac{\pi}{3}$

El número complejo en polar grados es= $16\,e^{60}$

El número complejo en polar radianes es= $16\,e^{\pi/3}$

In[ ]:= **PotenciaPolar[2, 150, 4]**

Módulo= 16

Argumento (grados)= 150

Argumento (radianes)= $\frac{5\pi}{6}$

El número complejo en polar grados es= $16\,e^{150}$

El número complejo en polar radianes es= $16\,e^{5\pi/6}$

In[ ]:= **PotenciaPolar[2, 270, 4]**

Módulo= 16

Argumento (grados)= 270

Argumento (radianes)= $\frac{3\pi}{2}$

El número complejo en polar grados es= $16\,e^{270}$

El número complejo en polar radianes es= $16\,e^{3\pi/2}$

In[ ]:= **PotenciaPolar[2, 330, 4]**

Módulo= 16

Argumento (grados) = 330

Argumento (radianes) = $\frac{11\pi}{6}$

El número complejo en polar grados es= $16\,e^{330}$

El número complejo en polar radianes es= $16\,e^{11\pi/6}$

3.- Dados los complejos $z = 5_{45}$; $w = 2_{15}$ y $t = 4i$, obtén en forma polar: a) $z \cdot t$; b) $\frac{z}{w^2}$; c) $\frac{z^3}{w.t}$; d) $\frac{z.w^3}{t}$

Definimos los complejos:

In[ ]:=
```
z = 5 Exp[45];
w = 2 Exp[15];
```

In[ ]:=
```
t = 4 Exp[90];
```

En el primer caso:

In[ ]:= $z * t$

Out[ ]= $20\,e^{135}$

En el segundo caso:

In[ ]:= $\frac{z}{w^2}$

Out[ ]= $\frac{5\,e^{15}}{4}$

En el tercer caso:

In[ ]:= $\frac{z^3}{w\,t^2}$

Out[ ]= $\frac{125}{32\,e^{60}}$

En el cuarto caso:

In[ ]:= $\frac{z\,w^3}{t}$

Out[ ]= 10