COMBINATORIA

Matemáticas. Problemas propuestos y resueltos para FP, BUP y COU. Everest.
Variaciones, permutaciones, combinaciones y binomio de Newton.

VARIACIONES

Se llaman variaciones sin repetición de m elementos tomados de n en n, a las distintas agrupaciones que se puedan formar con los m elementos dados, de modo que en cada agrupación entren n de los m elementos. Dos agrupaciones se consideran distintas cuando, teniendo los mismos elementos, están ordenados de distinta forma. Es decir que influye el orden. Para representar las variaciones sin repetición de los m elementos tomados de n en n:

$$V_{m,n} = m\,(m-1)\,(m-2)\ldots(m-n+2)\,(m-n+1)$$

Para su representación en el lenguaje de Mathematica, se interpretan como permutaciones de los m elementos tomadas de n en n.

Si fueran variaciones con repetición se calcularían como:

$$VR_{m,n} = m^n$$

PERMUTACIONES

Se llaman permutaciones sin repetición de m elementos de un conjunto a las distintas agrupaciones que se puedan formar con los m elementos dados, de modo que en cada agrupación entren todos los m elementos del conjunto. Dos agrupaciones se consideran distintas cuando sus elementos están ordenados de distinta forma. Es decir que influye el orden. Para representar las permutaciones sin repetición de los m elementos se emplea la notación:

$$P_m = m! = m\,(m-1)\,(m-2)\ldots 3\cdot 2\cdot 1$$

Si fueran variaciones con repetición se calcularían como:

$$PR_m^{m1,\,m2,\,m3\cdots} = \frac{m!}{m1!\ m2!\ m3!\cdots} \qquad \text{siendo } m = m1 + m2 + m3\cdots$$

m = nº de elementos

m1, m2, m3 ... = nº de repeticiones de cada elemento

COMBINACIONES

Se llaman combinaciones sin repetición de m elementos de un conjunto tomados de n en n, a las distintas agrupaciones que se puedan formar con los m elementos dados, de modo que en cada agrupación entren n de los m elementos dados. Dos agrupaciones se consideran distintas cuando difieran al menos en un elemento. No importa el orden de los elementos. Para representar las combinaciones de m elementos tomados de n en n, se emplea la notación:

$$C_{m,n} = \frac{V_{m,n}}{P_n}$$

Aclaración 1:

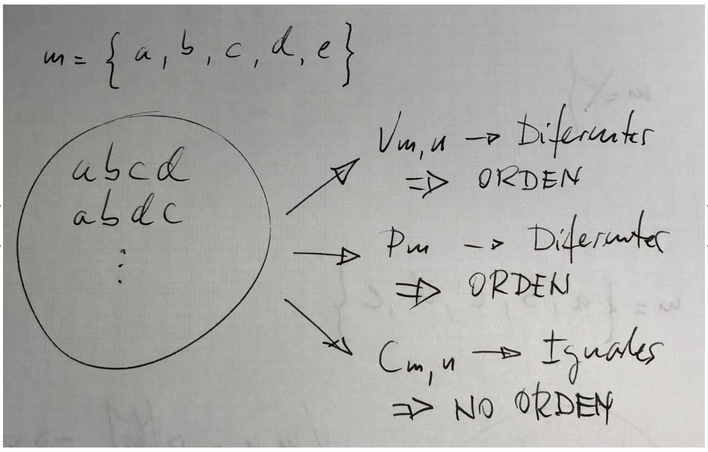
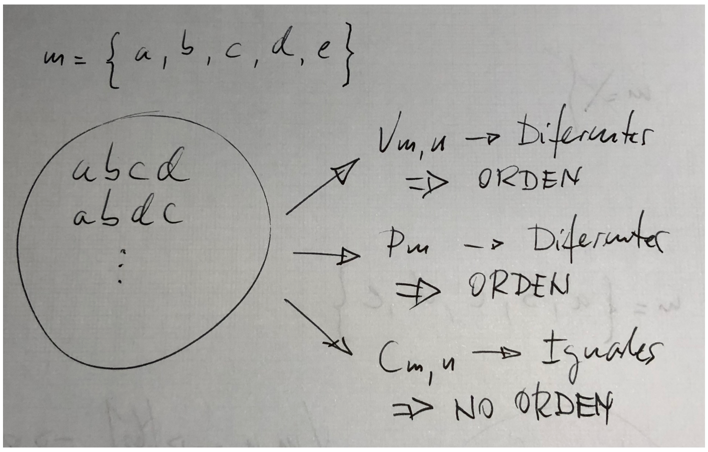
In[ ]:= CurrentImage[]

imagen actual

CurrentImage : The number of images –Image – requested is not a positive integer.

Out[ ]=

CurrentImage[]

Aclaración 2:

Recordemos en primer lugar que en Mathematica el cálculo variacional se hace de la siguiente manera. Por ejemplo, para representar las variaciones de 5 elementos {0, 1, 2, 3, 4} tomados de 4 en 4, lo haremos.

In[ ]:=
```
Permutations[{0, 1, 2, 3, 4}, {4}]
```
permutaciones

Out[ ]=
```
{{0, 1, 2, 3}, {0, 1, 2, 4}, {0, 1, 3, 2}, {0, 1, 3, 4}, {0, 1, 4, 2}, {0, 1, 4, 3},
 {0, 2, 1, 3}, {0, 2, 1, 4}, {0, 2, 3, 1}, {0, 2, 3, 4}, {0, 2, 4, 1}, {0, 2, 4, 3},
 {0, 3, 1, 2}, {0, 3, 1, 4}, {0, 3, 2, 1}, {0, 3, 2, 4}, {0, 3, 4, 1}, {0, 3, 4, 2},
 {0, 4, 1, 2}, {0, 4, 1, 3}, {0, 4, 2, 1}, {0, 4, 2, 3}, {0, 4, 3, 1}, {0, 4, 3, 2},
 {1, 0, 2, 3}, {1, 0, 2, 4}, {1, 0, 3, 2}, {1, 0, 3, 4}, {1, 0, 4, 2}, {1, 0, 4, 3},
 {1, 2, 0, 3}, {1, 2, 0, 4}, {1, 2, 3, 0}, {1, 2, 3, 4}, {1, 2, 4, 0}, {1, 2, 4, 3},
 {1, 3, 0, 2}, {1, 3, 0, 4}, {1, 3, 2, 0}, {1, 3, 2, 4}, {1, 3, 4, 0}, {1, 3, 4, 2},
 {1, 4, 0, 2}, {1, 4, 0, 3}, {1, 4, 2, 0}, {1, 4, 2, 3}, {1, 4, 3, 0}, {1, 4, 3, 2},
 {2, 0, 1, 3}, {2, 0, 1, 4}, {2, 0, 3, 1}, {2, 0, 3, 4}, {2, 0, 4, 1}, {2, 0, 4, 3},
 {2, 1, 0, 3}, {2, 1, 0, 4}, {2, 1, 3, 0}, {2, 1, 3, 4}, {2, 1, 4, 0}, {2, 1, 4, 3},
 {2, 3, 0, 1}, {2, 3, 0, 4}, {2, 3, 1, 0}, {2, 3, 1, 4}, {2, 3, 4, 0}, {2, 3, 4, 1},
 {2, 4, 0, 1}, {2, 4, 0, 3}, {2, 4, 1, 0}, {2, 4, 1, 3}, {2, 4, 3, 0}, {2, 4, 3, 1},
 {3, 0, 1, 2}, {3, 0, 1, 4}, {3, 0, 2, 1}, {3, 0, 2, 4}, {3, 0, 4, 1}, {3, 0, 4, 2},
 {3, 1, 0, 2}, {3, 1, 0, 4}, {3, 1, 2, 0}, {3, 1, 2, 4}, {3, 1, 4, 0}, {3, 1, 4, 2},
 {3, 2, 0, 1}, {3, 2, 0, 4}, {3, 2, 1, 0}, {3, 2, 1, 4}, {3, 2, 4, 0}, {3, 2, 4, 1},
 {3, 4, 0, 1}, {3, 4, 0, 2}, {3, 4, 1, 0}, {3, 4, 1, 2}, {3, 4, 2, 0}, {3, 4, 2, 1},
 {4, 0, 1, 2}, {4, 0, 1, 3}, {4, 0, 2, 1}, {4, 0, 2, 3}, {4, 0, 3, 1}, {4, 0, 3, 2},
 {4, 1, 0, 2}, {4, 1, 0, 3}, {4, 1, 2, 0}, {4, 1, 2, 3}, {4, 1, 3, 0}, {4, 1, 3, 2},
 {4, 2, 0, 1}, {4, 2, 0, 3}, {4, 2, 1, 0}, {4, 2, 1, 3}, {4, 2, 3, 0}, {4, 2, 3, 1},
 {4, 3, 0, 1}, {4, 3, 0, 2}, {4, 3, 1, 0}, {4, 3, 1, 2}, {4, 3, 2, 0}, {4, 3, 2, 1}}
```

Si queremos calcularlas:

In[ ]:=
```
FactorialPower[5, 4]
```
potencial factorial

Out[ ]=
```
120
```

Podemos contarlas sin escribirlas:

In[ ]:=
```
Length[Permutations[{0, 1, 2, 3, 4}, {4}]]
```
longitud permutaciones

Out[ ]=
```
120
```

Si no escribimos de cuanto en cuanto, serían $V_{5,5}$es decir, permutaciones de 5. Es decir 5!

In[ ]:=
```
Permutations[{0, 1, 2, 3, 4}]
```
permutaciones

Out[ ]=
```
{{0, 1, 2, 3, 4}, {0, 1, 2, 4, 3}, {0, 1, 3, 2, 4}, {0, 1, 3, 4, 2}, {0, 1, 4, 2, 3},
 {0, 1, 4, 3, 2}, {0, 2, 1, 3, 4}, {0, 2, 1, 4, 3}, {0, 2, 3, 1, 4}, {0, 2, 3, 4, 1},
 {0, 2, 4, 1, 3}, {0, 2, 4, 3, 1}, {0, 3, 1, 2, 4}, {0, 3, 1, 4, 2}, {0, 3, 2, 1, 4},
 {0, 3, 2, 4, 1}, {0, 3, 4, 1, 2}, {0, 3, 4, 2, 1}, {0, 4, 1, 2, 3}, {0, 4, 1, 3, 2},
 {0, 4, 2, 1, 3}, {0, 4, 2, 3, 1}, {0, 4, 3, 1, 2}, {0, 4, 3, 2, 1}, {1, 0, 2, 3, 4},
 {1, 0, 2, 4, 3}, {1, 0, 3, 2, 4}, {1, 0, 3, 4, 2}, {1, 0, 4, 2, 3}, {1, 0, 4, 3, 2},
 {1, 2, 0, 3, 4}, {1, 2, 0, 4, 3}, {1, 2, 3, 0, 4}, {1, 2, 3, 4, 0}, {1, 2, 4, 0, 3},
 {1, 2, 4, 3, 0}, {1, 3, 0, 2, 4}, {1, 3, 0, 4, 2}, {1, 3, 2, 0, 4}, {1, 3, 2, 4, 0},
 {1, 3, 4, 0, 2}, {1, 3, 4, 2, 0}, {1, 4, 0, 2, 3}, {1, 4, 0, 3, 2}, {1, 4, 2, 0, 3},
 {1, 4, 2, 3, 0}, {1, 4, 3, 0, 2}, {1, 4, 3, 2, 0}, {2, 0, 1, 3, 4}, {2, 0, 1, 4, 3},
 {2, 0, 3, 1, 4}, {2, 0, 3, 4, 1}, {2, 0, 4, 1, 3}, {2, 0, 4, 3, 1}, {2, 1, 0, 3, 4},
 {2, 1, 0, 4, 3}, {2, 1, 3, 0, 4}, {2, 1, 3, 4, 0}, {2, 1, 4, 0, 3}, {2, 1, 4, 3, 0},
 {2, 3, 0, 1, 4}, {2, 3, 0, 4, 1}, {2, 3, 1, 0, 4}, {2, 3, 1, 4, 0}, {2, 3, 4, 0, 1},
 {2, 3, 4, 1, 0}, {2, 4, 0, 1, 3}, {2, 4, 0, 3, 1}, {2, 4, 1, 0, 3}, {2, 4, 1, 3, 0},
 {2, 4, 3, 0, 1}, {2, 4, 3, 1, 0}, {3, 0, 1, 2, 4}, {3, 0, 1, 4, 2}, {3, 0, 2, 1, 4},
 {3, 0, 2, 4, 1}, {3, 0, 4, 1, 2}, {3, 0, 4, 2, 1}, {3, 1, 0, 2, 4}, {3, 1, 0, 4, 2},
 {3, 1, 2, 0, 4}, {3, 1, 2, 4, 0}, {3, 1, 4, 0, 2}, {3, 1, 4, 2, 0}, {3, 2, 0, 1, 4},
 {3, 2, 0, 4, 1}, {3, 2, 1, 0, 4}, {3, 2, 1, 4, 0}, {3, 2, 4, 0, 1}, {3, 2, 4, 1, 0},
 {3, 4, 0, 1, 2}, {3, 4, 0, 2, 1}, {3, 4, 1, 0, 2}, {3, 4, 1, 2, 0}, {3, 4, 2, 0, 1},
 {3, 4, 2, 1, 0}, {4, 0, 1, 2, 3}, {4, 0, 1, 3, 2}, {4, 0, 2, 1, 3}, {4, 0, 2, 3, 1},
 {4, 0, 3, 1, 2}, {4, 0, 3, 2, 1}, {4, 1, 0, 2, 3}, {4, 1, 0, 3, 2}, {4, 1, 2, 0, 3},
 {4, 1, 2, 3, 0}, {4, 1, 3, 0, 2}, {4, 1, 3, 2, 0}, {4, 2, 0, 1, 3}, {4, 2, 0, 3, 1},
 {4, 2, 1, 0, 3}, {4, 2, 1, 3, 0}, {4, 2, 3, 0, 1}, {4, 2, 3, 1, 0}, {4, 3, 0, 1, 2},
 {4, 3, 0, 2, 1}, {4, 3, 1, 0, 2}, {4, 3, 1, 2, 0}, {4, 3, 2, 0, 1}, {4, 3, 2, 1, 0}}
```

Podemos contarlas sin escribirlas:

In[ ]:=
```
Length[Permutations[{0, 1, 2, 3, 4}]]
```
longitud permutaciones

Out[ ]=
```
120
```

También podemos guardar todas las permutaciones en una lista y preguntamos por la posición que ocupa un elemento en cuestión dentro de la lista:

In[ ]:=
```
lista = Permutations[{1, 2, 3, 5, 8, 9}];
```
permutaciones

In[ ]:=
```
Position[lista, {5, 9, 8, 1, 3, 2}]
```
posición

Out[ ]=
```
{{476}}
```

Como comprobación, preguntar por el elemento que ocupa esa posición:

In[ ]:=
```
Part[lista, 476]
```
parte

Out[ ]=
```
{5, 9, 8, 1, 3, 2}
```

VARIACIONES

Problema 1

Forma todas las variaciones que se pueden hacer con los elementos {a, b, c, d, e} tomados de tres en tres sin que se repitan en cada variación.

El cálculo sería:

In[ ]:= $V_{5,3} = 5 * 4 * 3$

Out[ ]=

60

Su representación

In[ ]:=
```
Permutations[{a, b, c, d, e}, {3}]
```
permutaciones

Out[ ]=

```
{{a, b, c}, {a, b, d}, {a, b, e}, {a, c, b}, {a, c, d}, {a, c, e}, {a, d, b}, {a, d, c},
 {a, d, e}, {a, e, b}, {a, e, c}, {a, e, d}, {b, a, c}, {b, a, d}, {b, a, e}, {b, c, a},
 {b, c, d}, {b, c, e}, {b, d, a}, {b, d, c}, {b, d, e}, {b, e, a}, {b, e, c}, {b, e, d},
 {c, a, b}, {c, a, d}, {c, a, e}, {c, b, a}, {c, b, d}, {c, b, e}, {c, d, a}, {c, d, b},
 {c, d, e}, {c, e, a}, {c, e, b}, {c, e, d}, {d, a, b}, {d, a, c}, {d, a, e},
 {d, b, a}, {d, b, c}, {d, b, e}, {d, c, a}, {d, c, b}, {d, c, e}, {d, e, a},
 {d, e, b}, {d, e, c}, {e, a, b}, {e, a, c}, {e, a, d}, {e, b, a}, {e, b, c},
 {e, b, d}, {e, c, a}, {e, c, b}, {e, c, d}, {e, d, a}, {e, d, b}, {e, d, c}}
```

Problema 2

Forma todas las variaciones monarias, binarias, ternarias y cuaternarias con los elementos {1, 2, 3, 4}. Con la condición de que no se repitan elementos en cada variación.

In[ ]:= $V_{4,1} = 4$

Out[ ]=

4

In[ ]:=
```
Permutations[{1, 2, 3, 4}, {1}]
```
permutaciones

Out[ ]=

```
{{1}, {2}, {3}, {4}}
```

In[ ]:= $V_{4,2} = 4 * 3$

Out[ ]=

12

In[ ]:=
```
Permutations[{1, 2, 3, 4}, {2}]
```
permutaciones

Out[ ]=

```
{{1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {2, 1}, {2, 3},
 {2, 4}, {3, 1}, {3, 2}, {3, 4}, {4, 1}, {4, 2}, {4, 3}}
```

In[ ]:= $V_{4,3} = 4 * 3 * 2$

Out[ ]=

24

In[ ]:=
```
Permutations[{1, 2, 3, 4}, {3}]
```
permutaciones

Out[ ]=

```
{{1, 2, 3}, {1, 2, 4}, {1, 3, 2}, {1, 3, 4}, {1, 4, 2}, {1, 4, 3}, {2, 1, 3}, {2, 1, 4},
 {2, 3, 1}, {2, 3, 4}, {2, 4, 1}, {2, 4, 3}, {3, 1, 2}, {3, 1, 4}, {3, 2, 1}, {3, 2, 4},
 {3, 4, 1}, {3, 4, 2}, {4, 1, 2}, {4, 1, 3}, {4, 2, 1}, {4, 2, 3}, {4, 3, 1}, {4, 3, 2}}
```

In[ ]:= $V_{4,4} = P_4 = 4!$

Out[ ]=

24

In[ ]:=
```
Permutations[{1, 2, 3, 4}, {4}]
```
permutaciones

Out[ ]=

```
{{1, 2, 3, 4}, {1, 2, 4, 3}, {1, 3, 2, 4}, {1, 3, 4, 2}, {1, 4, 2, 3}, {1, 4, 3, 2},
 {2, 1, 3, 4}, {2, 1, 4, 3}, {2, 3, 1, 4}, {2, 3, 4, 1}, {2, 4, 1, 3}, {2, 4, 3, 1},
 {3, 1, 2, 4}, {3, 1, 4, 2}, {3, 2, 1, 4}, {3, 2, 4, 1}, {3, 4, 1, 2}, {3, 4, 2, 1},
 {4, 1, 2, 3}, {4, 1, 3, 2}, {4, 2, 1, 3}, {4, 2, 3, 1}, {4, 3, 1, 2}, {4, 3, 2, 1}}
```

Problema 3

Escribe los dos primeros y los dos últimos términos del desarrollo de las siguientes expresiones:
a) $V_{m-1,n}$; b) $V_{m+1,m+1}$; c) $V_{m-2,m-2}$

Aplicando la definición:

In[ ]:= $V_{m-1,n} = (m-1)(m-1-1) \ldots (m-1-n+2)(m-1-n+1) = (m-1)(m-2) \ldots (m-n+1)(m-n)$

In[ ]:= $V_{m+1,m+1} = (m+1)(m+1-m-1) \ldots (m+1-m-1+2)(m+1-m-1+1) = 0*2*1 = 0$

In[ ]:= $V_{m-2,m-2} = (m-2)(m-2-1) \ldots (m-2-m+2+2)(m-2-m+2+1) = (m-2)(m-3) \ldots 2*1$

Problema 12

¿Cuántas palabras diferentes de tres letras pueden formarse con las letras {a, b,c, d, e}, teniendo que ser la primera una vocal?

Si fueran todas serían:

In[ ]:= $V_{4,3} = 4 * 3 * 2$

Out[ ]=

24

Representadas:

In[ ]:=
```
Permutations[{a, b, c, d, e}, {3}]
```
permutaciones

Out[ ]=
```
{{a, b, c}, {a, b, d}, {a, b, e}, {a, c, b}, {a, c, d}, {a, c, e}, {a, d, b}, {a, d, c},
 {a, d, e}, {a, e, b}, {a, e, c}, {a, e, d}, {b, a, c}, {b, a, d}, {b, a, e}, {b, c, a},
 {b, c, d}, {b, c, e}, {b, d, a}, {b, d, c}, {b, d, e}, {b, e, a}, {b, e, c}, {b, e, d},
 {c, a, b}, {c, a, d}, {c, a, e}, {c, b, a}, {c, b, d}, {c, b, e}, {c, d, a}, {c, d, b},
 {c, d, e}, {c, e, a}, {c, e, b}, {c, e, d}, {d, a, b}, {d, a, c}, {d, a, e},
 {d, b, a}, {d, b, c}, {d, b, e}, {d, c, a}, {d, c, b}, {d, c, e}, {d, e, a},
 {d, e, b}, {d, e, c}, {e, a, b}, {e, a, c}, {e, a, d}, {e, b, a}, {e, b, c},
 {e, b, d}, {e, c, a}, {e, c, b}, {e, c, d}, {e, d, a}, {e, d, b}, {e, d, c}}
```

Como son agrupaciones de tres letras y han de comenzar por vocal serian dos tipos de agrupaciones, las que empiezan por **a** _ _ y las que empiezan por **e** _ _ . En cada una serian $V_{4,2}$, es decir:

In[ ]:= $V_{4,2} = 4 * 3$

Out[ ]= 12

En total 24 agrupaciones.

Problema 13

Halla el valor de m sabiendo que el número de variaciones que se pueden formar con estos m elementos distintos tomados de dos en dos es 2756.

In[ ]:= $V_{m,2} = 2756;$

In[ ]:= $V_{m,2} = m\ (m - 1);$

La ecuación que queda es:

In[ ]:= $m\ (m - 1) = 2756$

Resolviendo:

In[ ]:=
```
Solve[m (m - 1) == 2756, m]
```
resuelve

Out[ ]= {{m → -52}, {m → 53}}

Vemos que hay 53 elementos

Problema 14

¿Cuántos números diferentes y menores que 1000 se pueden formar con las cifras 1, 2, 3, 4 y 5 sin repetición?

Los números que serían menores que 1000 corresponderían: las variaciones monarias, binarias y ternarias. Las variaciones cuaternarias ya serían todas mayores que 1000.

In[ ]:= $V_{5,1} = 5$

Out[ ]= 5

In[ ]:= $V_{5,2} = 5 * 4$

Out[ ]=

20

In[ ]:= $V_{5,3} = 5 * 4 * 3$

Out[ ]=

60

Haciendo un total de 85 números.

Problema 15

¿Cuántos números distintos de cuatro cifras no repetidas pueden formarse con los guarismos 2, 4, 5, 7 y 8, con la condición que sean menores que 5000?

Los números que serían menores que 5000 corresponderían: las variaciones cuaternarias que empiezan por **4** _ _ _ y las que empiezan por **2**_ _ _ . Cada una serian $V_{4,3}$, es decir:

In[ ]:= $V_{4,3} = 4 * 3 * 2$

Out[ ]=

24

Luego harían un total de 48 números.

Otra forma de abordarlo...

Considerar en primer lugar todos los que se pueden formar en total:

In[ ]:= $V_{5,4} = 5 * 4 * 3 * 2$

Out[ ]=

120

Que representadas:

In[ ]:=
```
Permutations[{2, 4, 5, 7, 8}, {4}]
```
permutaciones

Out[ ]=
```
{{2, 4, 5, 7}, {2, 4, 5, 8}, {2, 4, 7, 5}, {2, 4, 7, 8}, {2, 4, 8, 5}, {2, 4, 8, 7},
 {2, 5, 4, 7}, {2, 5, 4, 8}, {2, 5, 7, 4}, {2, 5, 7, 8}, {2, 5, 8, 4}, {2, 5, 8, 7},
 {2, 7, 4, 5}, {2, 7, 4, 8}, {2, 7, 5, 4}, {2, 7, 5, 8}, {2, 7, 8, 4}, {2, 7, 8, 5},
 {2, 8, 4, 5}, {2, 8, 4, 7}, {2, 8, 5, 4}, {2, 8, 5, 7}, {2, 8, 7, 4}, {2, 8, 7, 5},
 {4, 2, 5, 7}, {4, 2, 5, 8}, {4, 2, 7, 5}, {4, 2, 7, 8}, {4, 2, 8, 5}, {4, 2, 8, 7},
 {4, 5, 2, 7}, {4, 5, 2, 8}, {4, 5, 7, 2}, {4, 5, 7, 8}, {4, 5, 8, 2}, {4, 5, 8, 7},
 {4, 7, 2, 5}, {4, 7, 2, 8}, {4, 7, 5, 2}, {4, 7, 5, 8}, {4, 7, 8, 2}, {4, 7, 8, 5},
 {4, 8, 2, 5}, {4, 8, 2, 7}, {4, 8, 5, 2}, {4, 8, 5, 7}, {4, 8, 7, 2}, {4, 8, 7, 5},
 {5, 2, 4, 7}, {5, 2, 4, 8}, {5, 2, 7, 4}, {5, 2, 7, 8}, {5, 2, 8, 4}, {5, 2, 8, 7},
 {5, 4, 2, 7}, {5, 4, 2, 8}, {5, 4, 7, 2}, {5, 4, 7, 8}, {5, 4, 8, 2}, {5, 4, 8, 7},
 {5, 7, 2, 4}, {5, 7, 2, 8}, {5, 7, 4, 2}, {5, 7, 4, 8}, {5, 7, 8, 2}, {5, 7, 8, 4},
 {5, 8, 2, 4}, {5, 8, 2, 7}, {5, 8, 4, 2}, {5, 8, 4, 7}, {5, 8, 7, 2}, {5, 8, 7, 4},
 {7, 2, 4, 5}, {7, 2, 4, 8}, {7, 2, 5, 4}, {7, 2, 5, 8}, {7, 2, 8, 4}, {7, 2, 8, 5},
 {7, 4, 2, 5}, {7, 4, 2, 8}, {7, 4, 5, 2}, {7, 4, 5, 8}, {7, 4, 8, 2}, {7, 4, 8, 5},
 {7, 5, 2, 4}, {7, 5, 2, 8}, {7, 5, 4, 2}, {7, 5, 4, 8}, {7, 5, 8, 2}, {7, 5, 8, 4},
 {7, 8, 2, 4}, {7, 8, 2, 5}, {7, 8, 4, 2}, {7, 8, 4, 5}, {7, 8, 5, 2}, {7, 8, 5, 4},
 {8, 2, 4, 5}, {8, 2, 4, 7}, {8, 2, 5, 4}, {8, 2, 5, 7}, {8, 2, 7, 4}, {8, 2, 7, 5},
 {8, 4, 2, 5}, {8, 4, 2, 7}, {8, 4, 5, 2}, {8, 4, 5, 7}, {8, 4, 7, 2}, {8, 4, 7, 5},
 {8, 5, 2, 4}, {8, 5, 2, 7}, {8, 5, 4, 2}, {8, 5, 4, 7}, {8, 5, 7, 2}, {8, 5, 7, 4},
 {8, 7, 2, 4}, {8, 7, 2, 5}, {8, 7, 4, 2}, {8, 7, 4, 5}, {8, 7, 5, 2}, {8, 7, 5, 4}}
```

Las que empiezan por 8, 7 y 5 son todas mayores que 5000. Así que quedan solo los que empiezan por 2 y 4, que son los 2/5 del total.

In[ ]:=
$$120 * \frac{2}{5}$$

Out[ ]=
48

Problema 16

¿Cuántos números distintos de cuatro cifras diferentes pueden formarse con los guarismos 0, 2, 4, 5, 6 y 8?

El total de números diferentes sería $V_{6,4}$, es decir:

In[ ]:=
$$V_{6,4} = 6 * 5 * 4 * 3$$

Out[ ]=
360

Si los representamos:

In[ ]:=
```
Permutations[{0, 2, 4, 5, 6, 8}, {4}]
```
permutaciones

Out[ ]=
```
{{0, 2, 4, 5}, {0, 2, 4, 6}, {0, 2, 4, 8}, {0, 2, 5, 4}, {0, 2, 5, 6}, {0, 2, 5, 8},
 {0, 2, 6, 4}, {0, 2, 6, 5}, {0, 2, 6, 8}, {0, 2, 8, 4}, {0, 2, 8, 5}, {0, 2, 8, 6},
 {0, 4, 2, 5}, {0, 4, 2, 6}, {0, 4, 2, 8}, {0, 4, 5, 2}, {0, 4, 5, 6}, {0, 4, 5, 8},
 {0, 4, 6, 2}, {0, 4, 6, 5}, {0, 4, 6, 8}, {0, 4, 8, 2}, {0, 4, 8, 5}, {0, 4, 8, 6},
```

```
{0, 5, 2, 4}, {0, 5, 2, 6}, {0, 5, 2, 8}, {0, 5, 4, 2}, {0, 5, 4, 6}, {0, 5, 4, 8},
{0, 5, 6, 2}, {0, 5, 6, 4}, {0, 5, 6, 8}, {0, 5, 8, 2}, {0, 5, 8, 4}, {0, 5, 8, 6},
{0, 6, 2, 4}, {0, 6, 2, 5}, {0, 6, 2, 8}, {0, 6, 4, 2}, {0, 6, 4, 5}, {0, 6, 4, 8},
{0, 6, 5, 2}, {0, 6, 5, 4}, {0, 6, 5, 8}, {0, 6, 8, 2}, {0, 6, 8, 4}, {0, 6, 8, 5},
{0, 8, 2, 4}, {0, 8, 2, 5}, {0, 8, 2, 6}, {0, 8, 4, 2}, {0, 8, 4, 5}, {0, 8, 4, 6},
{0, 8, 5, 2}, {0, 8, 5, 4}, {0, 8, 5, 6}, {0, 8, 6, 2}, {0, 8, 6, 4}, {0, 8, 6, 5},
{2, 0, 4, 5}, {2, 0, 4, 6}, {2, 0, 4, 8}, {2, 0, 5, 4}, {2, 0, 5, 6}, {2, 0, 5, 8},
{2, 0, 6, 4}, {2, 0, 6, 5}, {2, 0, 6, 8}, {2, 0, 8, 4}, {2, 0, 8, 5}, {2, 0, 8, 6},
{2, 4, 0, 5}, {2, 4, 0, 6}, {2, 4, 0, 8}, {2, 4, 5, 0}, {2, 4, 5, 6}, {2, 4, 5, 8},
{2, 4, 6, 0}, {2, 4, 6, 5}, {2, 4, 6, 8}, {2, 4, 8, 0}, {2, 4, 8, 5}, {2, 4, 8, 6},
{2, 5, 0, 4}, {2, 5, 0, 6}, {2, 5, 0, 8}, {2, 5, 4, 0}, {2, 5, 4, 6}, {2, 5, 4, 8},
{2, 5, 6, 0}, {2, 5, 6, 4}, {2, 5, 6, 8}, {2, 5, 8, 0}, {2, 5, 8, 4}, {2, 5, 8, 6},
{2, 6, 0, 4}, {2, 6, 0, 5}, {2, 6, 0, 8}, {2, 6, 4, 0}, {2, 6, 4, 5}, {2, 6, 4, 8},
{2, 6, 5, 0}, {2, 6, 5, 4}, {2, 6, 5, 8}, {2, 6, 8, 0}, {2, 6, 8, 4}, {2, 6, 8, 5},
{2, 8, 0, 4}, {2, 8, 0, 5}, {2, 8, 0, 6}, {2, 8, 4, 0}, {2, 8, 4, 5}, {2, 8, 4, 6},
{2, 8, 5, 0}, {2, 8, 5, 4}, {2, 8, 5, 6}, {2, 8, 6, 0}, {2, 8, 6, 4}, {2, 8, 6, 5},
{4, 0, 2, 5}, {4, 0, 2, 6}, {4, 0, 2, 8}, {4, 0, 5, 2}, {4, 0, 5, 6}, {4, 0, 5, 8},
{4, 0, 6, 2}, {4, 0, 6, 5}, {4, 0, 6, 8}, {4, 0, 8, 2}, {4, 0, 8, 5}, {4, 0, 8, 6},
{4, 2, 0, 5}, {4, 2, 0, 6}, {4, 2, 0, 8}, {4, 2, 5, 0}, {4, 2, 5, 6}, {4, 2, 5, 8},
{4, 2, 6, 0}, {4, 2, 6, 5}, {4, 2, 6, 8}, {4, 2, 8, 0}, {4, 2, 8, 5}, {4, 2, 8, 6},
{4, 5, 0, 2}, {4, 5, 0, 6}, {4, 5, 0, 8}, {4, 5, 2, 0}, {4, 5, 2, 6}, {4, 5, 2, 8},
{4, 5, 6, 0}, {4, 5, 6, 2}, {4, 5, 6, 8}, {4, 5, 8, 0}, {4, 5, 8, 2}, {4, 5, 8, 6},
{4, 6, 0, 2}, {4, 6, 0, 5}, {4, 6, 0, 8}, {4, 6, 2, 0}, {4, 6, 2, 5}, {4, 6, 2, 8},
{4, 6, 5, 0}, {4, 6, 5, 2}, {4, 6, 5, 8}, {4, 6, 8, 0}, {4, 6, 8, 2}, {4, 6, 8, 5},
{4, 8, 0, 2}, {4, 8, 0, 5}, {4, 8, 0, 6}, {4, 8, 2, 0}, {4, 8, 2, 5}, {4, 8, 2, 6},
{4, 8, 5, 0}, {4, 8, 5, 2}, {4, 8, 5, 6}, {4, 8, 6, 0}, {4, 8, 6, 2}, {4, 8, 6, 5},
{5, 0, 2, 4}, {5, 0, 2, 6}, {5, 0, 2, 8}, {5, 0, 4, 2}, {5, 0, 4, 6}, {5, 0, 4, 8},
{5, 0, 6, 2}, {5, 0, 6, 4}, {5, 0, 6, 8}, {5, 0, 8, 2}, {5, 0, 8, 4}, {5, 0, 8, 6},
{5, 2, 0, 4}, {5, 2, 0, 6}, {5, 2, 0, 8}, {5, 2, 4, 0}, {5, 2, 4, 6}, {5, 2, 4, 8},
{5, 2, 6, 0}, {5, 2, 6, 4}, {5, 2, 6, 8}, {5, 2, 8, 0}, {5, 2, 8, 4}, {5, 2, 8, 6},
{5, 4, 0, 2}, {5, 4, 0, 6}, {5, 4, 0, 8}, {5, 4, 2, 0}, {5, 4, 2, 6}, {5, 4, 2, 8},
{5, 4, 6, 0}, {5, 4, 6, 2}, {5, 4, 6, 8}, {5, 4, 8, 0}, {5, 4, 8, 2}, {5, 4, 8, 6},
{5, 6, 0, 2}, {5, 6, 0, 4}, {5, 6, 0, 8}, {5, 6, 2, 0}, {5, 6, 2, 4}, {5, 6, 2, 8},
{5, 6, 4, 0}, {5, 6, 4, 2}, {5, 6, 4, 8}, {5, 6, 8, 0}, {5, 6, 8, 2}, {5, 6, 8, 4},
{5, 8, 0, 2}, {5, 8, 0, 4}, {5, 8, 0, 6}, {5, 8, 2, 0}, {5, 8, 2, 4}, {5, 8, 2, 6},
{5, 8, 4, 0}, {5, 8, 4, 2}, {5, 8, 4, 6}, {5, 8, 6, 0}, {5, 8, 6, 2}, {5, 8, 6, 4},
{6, 0, 2, 4}, {6, 0, 2, 5}, {6, 0, 2, 8}, {6, 0, 4, 2}, {6, 0, 4, 5}, {6, 0, 4, 8},
{6, 0, 5, 2}, {6, 0, 5, 4}, {6, 0, 5, 8}, {6, 0, 8, 2}, {6, 0, 8, 4}, {6, 0, 8, 5},
{6, 2, 0, 4}, {6, 2, 0, 5}, {6, 2, 0, 8}, {6, 2, 4, 0}, {6, 2, 4, 5}, {6, 2, 4, 8},
{6, 2, 5, 0}, {6, 2, 5, 4}, {6, 2, 5, 8}, {6, 2, 8, 0}, {6, 2, 8, 4}, {6, 2, 8, 5},
{6, 4, 0, 2}, {6, 4, 0, 5}, {6, 4, 0, 8}, {6, 4, 2, 0}, {6, 4, 2, 5}, {6, 4, 2, 8},
{6, 4, 5, 0}, {6, 4, 5, 2}, {6, 4, 5, 8}, {6, 4, 8, 0}, {6, 4, 8, 2}, {6, 4, 8, 5},
{6, 5, 0, 2}, {6, 5, 0, 4}, {6, 5, 0, 8}, {6, 5, 2, 0}, {6, 5, 2, 4}, {6, 5, 2, 8},
{6, 5, 4, 0}, {6, 5, 4, 2}, {6, 5, 4, 8}, {6, 5, 8, 0}, {6, 5, 8, 2}, {6, 5, 8, 4},
{6, 8, 0, 2}, {6, 8, 0, 4}, {6, 8, 0, 5}, {6, 8, 2, 0}, {6, 8, 2, 4}, {6, 8, 2, 5},
{6, 8, 4, 0}, {6, 8, 4, 2}, {6, 8, 4, 5}, {6, 8, 5, 0}, {6, 8, 5, 2}, {6, 8, 5, 4},
{8, 0, 2, 4}, {8, 0, 2, 5}, {8, 0, 2, 6}, {8, 0, 4, 2}, {8, 0, 4, 5}, {8, 0, 4, 6},
```

```
{8, 0, 5, 2}, {8, 0, 5, 4}, {8, 0, 5, 6}, {8, 0, 6, 2}, {8, 0, 6, 4}, {8, 0, 6, 5},
{8, 2, 0, 4}, {8, 2, 0, 5}, {8, 2, 0, 6}, {8, 2, 4, 0}, {8, 2, 4, 5}, {8, 2, 4, 6},
{8, 2, 5, 0}, {8, 2, 5, 4}, {8, 2, 5, 6}, {8, 2, 6, 0}, {8, 2, 6, 4}, {8, 2, 6, 5},
{8, 4, 0, 2}, {8, 4, 0, 5}, {8, 4, 0, 6}, {8, 4, 2, 0}, {8, 4, 2, 5}, {8, 4, 2, 6},
{8, 4, 5, 0}, {8, 4, 5, 2}, {8, 4, 5, 6}, {8, 4, 6, 0}, {8, 4, 6, 2}, {8, 4, 6, 5},
{8, 5, 0, 2}, {8, 5, 0, 4}, {8, 5, 0, 6}, {8, 5, 2, 0}, {8, 5, 2, 4}, {8, 5, 2, 6},
{8, 5, 4, 0}, {8, 5, 4, 2}, {8, 5, 4, 6}, {8, 5, 6, 0}, {8, 5, 6, 2}, {8, 5, 6, 4},
{8, 6, 0, 2}, {8, 6, 0, 4}, {8, 6, 0, 5}, {8, 6, 2, 0}, {8, 6, 2, 4}, {8, 6, 2, 5},
{8, 6, 4, 0}, {8, 6, 4, 2}, {8, 6, 4, 5}, {8, 6, 5, 0}, {8, 6, 5, 2}, {8, 6, 5, 4}}
```

Habría que descontar las agrupaciones que empiezan por 0, ya que no serían números de cuatro cifras

In[ ]:= $V_{5,3} = 5 * 4 * 3$

Out[ ]=

60

Luego habrían 300 números diferentes.

Problema 17

Entre 12 miembros de una comisión, deben elegirse presidente, vicepresidente y secretario. ¿De cuántas maneras podrá hacerse?

El número total de maneras es:

In[ ]:= $V_{12,3} = 12 * 11 * 10$

Out[ ]=

1320

Problema 18

Averiguar cuántos números hay que estén formados por tres cifras diferentes entre las siete primeras cifras significativas, que sean mayores que 200 y menores que 700.

Los números que estarían comprendidos en la condición, serían todos aquellos que empiezan por **2** _ _ , **3** _ _ , **4** _ _ , **5** _ _ , y **6** _ _ . No cumplirían la condición los que comiencen por **1** _ _ y por **7** _ _ .

In[ ]:= $V_{6,2} = 6 * 5$

Out[ ]=

30

El número total de números es:

In[ ]:= 5 * 30

Out[ ]=

150

Problema 19

¿De cuántas maneras se pueden colocar dos sortijas diferentes en una mano, de forma que no estén en el mismo dedo?

In[ ]:= $V_{5,2} = 5 * 4$

Out[ ]=

20

Problema 20

¿Cuántos números de cuatro cifras distintas pueden formarse con los guarismos 1, 2, 3, 4, 5 y 6? ¿Cuántos de ellos empiezan por 5?

El número total de cifras que podemos formar:

In[ ]:= $V_{6,4} = 6 * 5 * 4 * 3 = 360$

Los números que empiezan por **5** _ _ _ serían:

In[ ]:= $V_{5,3} = 5 * 4 * 3$

Out[ ]=

60

Problema 21

El número de variaciones quinarias de m elementos es 154440 y el de ternarias 1716. Halla m.

Planteando las condiciones:

In[ ]:= $V_{m,5} = 154\,440;$

$V_{m,3} = 1716;$

Desarrollando:

In[ ]:= $V_{m,5} = m\,(m-1)\,(m-2)\,(m-3)\,(m-4) = 154\,440;$

$V_{m,3} = m\,(m-1)\,(m-2) = 1716;$

Dividiendo miembro a miembro y resolviendo la ecuación correspondiente:

In[ ]:=
```
Solve[(m - 3) (m - 4) == 90, m]
```
resuelve

Out[ ]=

{{m → -6}, {m → 13}}

Nos quedamos con el valor positivo.

Problema 22

¿Cuántas palabras se pueden formar con 20 consonantes y las 5 vocales, de manera que cada palabra contenga 3 consonantes y 2 vocales, con la condición de que las vocales ocupen solamente el segundo y cuarto puesto y sin que hayan letras repetidas en cada palabra?

Si representamos por C las consonantes y por V las vocales, la palabra estaría formada por: C V C V C. Es decir con las consonantes:

In[ ]:= $V_{20,3} = 20 * 19 * 18 = 6840;$

Con las vocales:

In[ ]:= $V_{5,2} = 5 * 4 = 20;$

Luego el número total de palabras sería:

In[ ]:= $V_{20,3} * V_{5,2} = 6840 * 20 = 136\,800$

Problema 23

¿Cuántas palabras de dos vocales y dos consonantes se pueden formar, tomando estas entre un grupo de 5 vocales y 4 consonantes, con la condición de que no haya en cada palabra 2 consonantes seguidas?

Teniendo en cuenta las posiciones relativas de modo que no existan 2 consonantes seguidas, la posibles agrupaciones serían: C V C V, C V V C, V C V C. Con las consonantes en cada agrupación serían:

In[∘]:= $V_{4,2} = 4 * 3 = 12;$

Con las vocales en cada agrupación saldrían:

In[∘]:= $V_{5,2} = 5 * 4 = 20;$

De cada agrupación tendríamos:

In[∘]:= $V_{4,2} * V_{5,2} = 20 * 12 = 240$

Como tenemos tres agrupaciones distintas, hacen un total de 720 palabras.

Problema 24

Halla cuántos números de cuatro cifras, podemos formar con los guarismos 0, 1, 2, 3, 4. De forma que no empiecen por cero.

El número total de palabras de cuatro caracteres que podemos formar con esos guarismos, teniendo en cuenta que se pueden repetir los números _ _ _ _ serán:

In[∘]:= $VR_{5,4} = (5)^4 = 625;$

Si descontamos aquellas palabras que empiezan por el dígito 0, es decir 0 _ _ _:

In[∘]:= $VR_{5,3} = (5)^3 = 125;$

en total:

In[∘]:= 625 - 125

Out[∘]=

500

Problema 25

¿Cuántas quinielas tenemos que rellenar para acertar un pleno en una jornada?

En una quiniela interviene 14 partidos, cuyos resultados pueden ser 1, X, 2, luego:

In[∘]:= $VR_{3,14} = (3)^{14} = 4\,782\,969$

Problema 26

¿Cuántos números de siete cifras iguales o diferentes se pueden formar con los guarismos 1, 4, 5, 7 y 9? ¿Cuántos números de siete cifras terminan en 7?

El total de números de siete cifras:

In[∘]:= $VR_{5,7} = (5)^7 = 78\,125;$

Los que terminan en 7:

In[ ]:= $\frac{78125}{5}$

Out[ ]= 15 625

Problema 27

Con los guarismos: 1, 2, 3, 4, 5, 6

a) ¿Cuántos números de tres cifras pueden formarse con la condición de que no se repitan las cifras en cada número?

b) ¿Cuántos de estos números son menores que 400?

c) ¿Cuántos son pares?

d) ¿Cuántos son impares?

e) ¿Cuántos son múltiplos de 4?

f) ¿Cuántos son múltiplos de 5?

a) El total de números de tres cifras de forma que no se repitan:

In[ ]:= $V_{6,3} = 6 * 5 * 4 = 120;$

Es decir:

```
In[ ]:= FactorialPower[6, 3]
        potencial factorial
Out[ ]= 120
```

Si las representamos:

```
In[ ]:= Permutations[{1, 2, 3, 4, 5, 6}, {3}]
        permutaciones
Out[ ]=
{{1, 2, 3}, {1, 2, 4}, {1, 2, 5}, {1, 2, 6}, {1, 3, 2}, {1, 3, 4}, {1, 3, 5}, {1, 3, 6},
 {1, 4, 2}, {1, 4, 3}, {1, 4, 5}, {1, 4, 6}, {1, 5, 2}, {1, 5, 3}, {1, 5, 4},
 {1, 5, 6}, {1, 6, 2}, {1, 6, 3}, {1, 6, 4}, {1, 6, 5}, {2, 1, 3}, {2, 1, 4},
 {2, 1, 5}, {2, 1, 6}, {2, 3, 1}, {2, 3, 4}, {2, 3, 5}, {2, 3, 6}, {2, 4, 1},
 {2, 4, 3}, {2, 4, 5}, {2, 4, 6}, {2, 5, 1}, {2, 5, 3}, {2, 5, 4}, {2, 5, 6},
 {2, 6, 1}, {2, 6, 3}, {2, 6, 4}, {2, 6, 5}, {3, 1, 2}, {3, 1, 4}, {3, 1, 5},
 {3, 1, 6}, {3, 2, 1}, {3, 2, 4}, {3, 2, 5}, {3, 2, 6}, {3, 4, 1}, {3, 4, 2},
 {3, 4, 5}, {3, 4, 6}, {3, 5, 1}, {3, 5, 2}, {3, 5, 4}, {3, 5, 6}, {3, 6, 1},
 {3, 6, 2}, {3, 6, 4}, {3, 6, 5}, {4, 1, 2}, {4, 1, 3}, {4, 1, 5}, {4, 1, 6},
 {4, 2, 1}, {4, 2, 3}, {4, 2, 5}, {4, 2, 6}, {4, 3, 1}, {4, 3, 2}, {4, 3, 5},
 {4, 3, 6}, {4, 5, 1}, {4, 5, 2}, {4, 5, 3}, {4, 5, 6}, {4, 6, 1}, {4, 6, 2},
 {4, 6, 3}, {4, 6, 5}, {5, 1, 2}, {5, 1, 3}, {5, 1, 4}, {5, 1, 6}, {5, 2, 1},
 {5, 2, 3}, {5, 2, 4}, {5, 2, 6}, {5, 3, 1}, {5, 3, 2}, {5, 3, 4}, {5, 3, 6},
 {5, 4, 1}, {5, 4, 2}, {5, 4, 3}, {5, 4, 6}, {5, 6, 1}, {5, 6, 2}, {5, 6, 3},
 {5, 6, 4}, {6, 1, 2}, {6, 1, 3}, {6, 1, 4}, {6, 1, 5}, {6, 2, 1}, {6, 2, 3},
 {6, 2, 4}, {6, 2, 5}, {6, 3, 1}, {6, 3, 2}, {6, 3, 4}, {6, 3, 5}, {6, 4, 1},
 {6, 4, 2}, {6, 4, 3}, {6, 4, 5}, {6, 5, 1}, {6, 5, 2}, {6, 5, 3}, {6, 5, 4}}
```

b) Los que son menores de 400, son las agrupaciones que empiezan por: 3 _ _, 2 _ _, 1 _ _. Y cada una aporta:

In[ ]:= $V_{5,2} = 5 * 4 = 20;$

In[ ]:= FactorialPower[5, 2]
potencial factorial

Out[ ]=
20

Como son tres grupos en total:

In[ ]:= 20 * 3

Out[ ]=
60

c) Serán pares los números que acaben en _ _ 6, _ _ 4, _ _ 2. Es decir por cada tanda:

In[ ]:= $V_{5,2} = 5 * 4 = 20;$

In[ ]:= FactorialPower[5, 2]
potencial factorial

Out[ ]=
20

Tres grupos hacen un total:

In[ ]:= 20 * 3

Out[ ]=
60

d) Serán impares los números que acaben en _ _ 1, _ _ 3, _ _ 5. Es decir por cada tanda:

In[ ]:= $V_{5,2} = 5 * 4 = 20;$

In[ ]:= FactorialPower[5, 2]
potencial factorial

Out[ ]=
20

Tres grupos hacen un total:

In[ ]:= 20 * 3

Out[ ]=
60

e) En números de tres cifras, serán múltiplos de 4 aquellos que sus dos últimas cifras sean 0 ó sean múltiplo de 4. Es decir las combinaciones:

_ 1 2

_ 1 6

_ 2 4

_ 3 2

Por cada una:

In[ ]:= $V_{4,1} = 4 * 1 = 4;$

In[ ]:= FactorialPower[4, 1]
potencial factorial

Out[ ]=
4

Como hay cuatro grupos:

In[ ]:= 4 * 4

Out[ ]= 16

f) Un número es divisible por 5, cuando termina en 0 o en 5. Es decir: _ _ 5

In[ ]:= $V_{5,2} = 5 * 4 = 20;$

In[ ]:= FactorialPower[5, 2]
potencial factorial

Out[ ]= 20

Problema 28

Con los guarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

a) ¿Cuántos números de cinco cifras, distintas o repetidas, pueden formarse?

b) ¿Cuántos de dichos números comienzan por 50?

c) ¿Cuántos son pares?

d) ¿Cuántos son divisibles por 5?

El total de números de cinco cifras de forma que se puedan repetir:

In[ ]:= $VR_{10,5} = (10)^5 = 100\,000;$

Tendríamos que descontar las que empiezan por 0 _ _ _ _

In[ ]:= $\frac{100\,000}{10}$

Out[ ]= 10 000

El total de números de cinco cifras de forma que se puedan repetir:

In[ ]:= 100 000 - 10 000

Out[ ]= 90 000

b) El total de números de cinco cifras que comienzan por cincuenta: 5 0 _ _ _

In[ ]:= $VR_{8,3} = (8)^3 = 512;$

c) Son pares:

In[ ]:= $\frac{90\,000}{2}$

Out[ ]= 45 000

d) Son divisibles por cinco:

In[ ]:= $\frac{90\,000}{5}$

Out[ ]= 18 000

¡Discusión de resultados!

Problema 29

Con los guarismos: 1, 2, 3, 4, 5

a) ¿Cuántos números de cuatro cifras distintas pueden formarse?

b) ¿Halla la suma de todos ellos?

a) El total de números de cuatro cifras que se pueden formar sin repetición:

In[∘]:= $V_{5,4} = 5 * 4 * 3 * 2 = 120;$

```
In[∘]:= FactorialPower[5, 4]
        potencial factorial
Out[∘]=
120
```

Si las representamos:

```
In[∘]:= Permutations[{1, 2, 3, 4, 5}, {4}]
        permutaciones
Out[∘]=
{{1, 2, 3, 4}, {1, 2, 3, 5}, {1, 2, 4, 3}, {1, 2, 4, 5}, {1, 2, 5, 3}, {1, 2, 5, 4},
 {1, 3, 2, 4}, {1, 3, 2, 5}, {1, 3, 4, 2}, {1, 3, 4, 5}, {1, 3, 5, 2}, {1, 3, 5, 4},
 {1, 4, 2, 3}, {1, 4, 2, 5}, {1, 4, 3, 2}, {1, 4, 3, 5}, {1, 4, 5, 2}, {1, 4, 5, 3},
 {1, 5, 2, 3}, {1, 5, 2, 4}, {1, 5, 3, 2}, {1, 5, 3, 4}, {1, 5, 4, 2}, {1, 5, 4, 3},
 {2, 1, 3, 4}, {2, 1, 3, 5}, {2, 1, 4, 3}, {2, 1, 4, 5}, {2, 1, 5, 3}, {2, 1, 5, 4},
 {2, 3, 1, 4}, {2, 3, 1, 5}, {2, 3, 4, 1}, {2, 3, 4, 5}, {2, 3, 5, 1}, {2, 3, 5, 4},
 {2, 4, 1, 3}, {2, 4, 1, 5}, {2, 4, 3, 1}, {2, 4, 3, 5}, {2, 4, 5, 1}, {2, 4, 5, 3},
 {2, 5, 1, 3}, {2, 5, 1, 4}, {2, 5, 3, 1}, {2, 5, 3, 4}, {2, 5, 4, 1}, {2, 5, 4, 3},
 {3, 1, 2, 4}, {3, 1, 2, 5}, {3, 1, 4, 2}, {3, 1, 4, 5}, {3, 1, 5, 2}, {3, 1, 5, 4},
 {3, 2, 1, 4}, {3, 2, 1, 5}, {3, 2, 4, 1}, {3, 2, 4, 5}, {3, 2, 5, 1}, {3, 2, 5, 4},
 {3, 4, 1, 2}, {3, 4, 1, 5}, {3, 4, 2, 1}, {3, 4, 2, 5}, {3, 4, 5, 1}, {3, 4, 5, 2},
 {3, 5, 1, 2}, {3, 5, 1, 4}, {3, 5, 2, 1}, {3, 5, 2, 4}, {3, 5, 4, 1}, {3, 5, 4, 2},
 {4, 1, 2, 3}, {4, 1, 2, 5}, {4, 1, 3, 2}, {4, 1, 3, 5}, {4, 1, 5, 2}, {4, 1, 5, 3},
 {4, 2, 1, 3}, {4, 2, 1, 5}, {4, 2, 3, 1}, {4, 2, 3, 5}, {4, 2, 5, 1}, {4, 2, 5, 3},
 {4, 3, 1, 2}, {4, 3, 1, 5}, {4, 3, 2, 1}, {4, 3, 2, 5}, {4, 3, 5, 1}, {4, 3, 5, 2},
 {4, 5, 1, 2}, {4, 5, 1, 3}, {4, 5, 2, 1}, {4, 5, 2, 3}, {4, 5, 3, 1}, {4, 5, 3, 2},
 {5, 1, 2, 3}, {5, 1, 2, 4}, {5, 1, 3, 2}, {5, 1, 3, 4}, {5, 1, 4, 2}, {5, 1, 4, 3},
 {5, 2, 1, 3}, {5, 2, 1, 4}, {5, 2, 3, 1}, {5, 2, 3, 4}, {5, 2, 4, 1}, {5, 2, 4, 3},
 {5, 3, 1, 2}, {5, 3, 1, 4}, {5, 3, 2, 1}, {5, 3, 2, 4}, {5, 3, 4, 1}, {5, 3, 4, 2},
 {5, 4, 1, 2}, {5, 4, 1, 3}, {5, 4, 2, 1}, {5, 4, 2, 3}, {5, 4, 3, 1}, {5, 4, 3, 2}}
```

Las podemos contar sin escribirlas:

```
In[∘]:= Length[Permutations[{1, 2, 3, 4, 5}, {4}]]
        longitud  permutaciones
Out[∘]=
120
```

Si consideramos que pueden repetirse:

In[∘]:= $VR_{5,4} == (5)^4 = 625;$

b) Si consideramos todos los números que podemos formar con los cinco dígitos...

In[ ]:=
```
Permutations[{1, 2, 3, 4, 5}] // Grid
```
permutaciones rejilla

Out[ ]=

1	2	3	4	5
1	2	3	5	4
1	2	4	3	5
1	2	4	5	3
1	2	5	3	4
1	2	5	4	3
1	3	2	4	5
1	3	2	5	4
1	3	4	2	5
1	3	4	5	2
1	3	5	2	4
1	3	5	4	2
1	4	2	3	5
1	4	2	5	3
1	4	3	2	5
1	4	3	5	2
1	4	5	2	3
1	4	5	3	2
1	5	2	3	4
1	5	2	4	3
1	5	3	2	4
1	5	3	4	2
1	5	4	2	3
1	5	4	3	2
2	1	3	4	5
2	1	3	5	4
2	1	4	3	5
2	1	4	5	3
2	1	5	3	4
2	1	5	4	3
2	3	1	4	5
2	3	1	5	4
2	3	4	1	5
2	3	4	5	1
2	3	5	1	4
2	3	5	4	1
2	4	1	3	5
2	4	1	5	3
2	4	3	1	5
2	4	3	5	1
2	4	5	1	3
2	4	5	3	1
2	5	1	3	4
2	5	1	4	3
2	5	3	1	4
2	5	3	4	1
2	5	4	1	3
2	5	4	3	1
3	1	2	4	5
3	1	2	5	4
3	1	4	2	5

3 1 4 5 2
3 1 5 2 4
3 1 5 4 2
3 2 1 4 5
3 2 1 5 4
3 2 4 1 5
3 2 4 5 1
3 2 5 1 4
3 2 5 4 1
3 4 1 2 5
3 4 1 5 2
3 4 2 1 5
3 4 2 5 1
3 4 5 1 2
3 4 5 2 1
3 5 1 2 4
3 5 1 4 2
3 5 2 1 4
3 5 2 4 1
3 5 4 1 2
3 5 4 2 1
4 1 2 3 5
4 1 2 5 3
4 1 3 2 5
4 1 3 5 2
4 1 5 2 3
4 1 5 3 2
4 2 1 3 5
4 2 1 5 3
4 2 3 1 5
4 2 3 5 1
4 2 5 1 3
4 2 5 3 1
4 3 1 2 5
4 3 1 5 2
4 3 2 1 5
4 3 2 5 1
4 3 5 1 2
4 3 5 2 1
4 5 1 2 3
4 5 1 3 2
4 5 2 1 3
4 5 2 3 1
4 5 3 1 2
4 5 3 2 1
5 1 2 3 4
5 1 2 4 3
5 1 3 2 4
5 1 3 4 2
5 1 4 2 3
5 1 4 3 2
5 2 1 3 4
5 2 1 4 3
5 2 3 1 4

```
5 2 3 4 1
5 2 4 1 3
5 2 4 3 1
5 3 1 2 4
5 3 1 4 2
5 3 2 1 4
5 3 2 4 1
5 3 4 1 2
5 3 4 2 1
5 4 1 2 3
5 4 1 3 2
5 4 2 1 3
5 4 2 3 1
5 4 3 1 2
5 4 3 2 1
```

Como en todos los casos participan los cinco dígitos, eso significa que, de cada agrupación habrán 125 números que comienzan por 1, 125 que comienzan por 2, ...

In[∘]:= $\frac{625}{5}$

Out[∘]=

125

En todos los casos se cumple:

In[∘]:= $125\ (1+2+3+4+5) = 125\ (15)$

Out[∘]=

1875

La suma de todos ellos:

In[∘]:= $S = 1875 + 1875 * 10 + 1875 * 10^2 + 1875 * 10^3 = 2\,083\,125$

Problema 30

Con los guarismos: 1, 2, 4, 5 y 7

a) ¿Cuántos números de cuatro cifras distintas pueden formarse?

b) ¿Cuántos de estos números son pares?

c) ¿Cuántos terminan en 24?

e ¿Cuántos empiezan por 245?

f) ¿Cuanto suman todos ellos?

a) El total de números de cuatro cifras que se pueden formar sin repetición:

In[∘]:= $V_{5,4} = 5 * 4 * 3 * 2 = 120;$

In[∘]:= FactorialPower[5, 4]

potencial factorial

Out[∘]=

120

b) Terminan en 2 ó 4:

In[∘]:= 120 / 5

Out[∘]=

24

In[∘]:= 24 * 2

Out[∘]=

48

c) Terminan en 24. Es decir _ _ 2 4

In[∘]:= $V_{3,2} = 3 * 2 = 6;$

d) Son múltiplos de 25 ó 75. Es decir _ _ 2 5, _ _ 7 5

In[∘]:= $2\, V_{3,2} = 3 * 2 = 12;$

e) Empiezan por 245: 2 4 5 _

In[∘]:= $V_{2,1} = 2 * 1 = 2;$

La suma de todos ellos:

In[∘]:= S = 24 (1 + 2 + 4 + 5 + 7) + 24 x 10 (1 + 2 + 4 + 5 + 7) +
24 x 100 (1 + 2 + 4 + 5 + 7) + 24 x 1000 (1 + 2 + 4 + 5 + 7) =
24 * 19 + 240 * 19 + 2400 * 19 + 24 000 * 19 = 456 + 4560 + 45 600 + 456 000 = 506 616

PERMUTACIONES

Problema 31

¿De cuántos modos pueden colocarse 5 libros distintos en una fila de un estante?

Como intervienen todos los elementos del conjunto, se entienden agrupaciones diferentes cuando difieran en la posición de algún elemento.

Problema 32

Resuelve la ecuación: $P_x = 56\, P_{x-2}$

Desarrollando los factoriales:

In[∘]:= $P_x = 56\, P_{x-2}$

Out[∘]=

$56\, P_{-2+x}$

In[∘]:= x ! = 56 (x - 2) !

Out[∘]=

56 (-2 + x) !

In[∘]:= x (x - 1) (x - 2) ! = 56 (x - 2) !

Out[∘]=

56 (-2 + x) !

In[∘]:= x (x - 1) = 56

Out[∘]=

56

In[∘]:= $x^2 - x - 56 = 0$

Out[∘]=

0

Resolviendo la ecuación:

In[ ]:= Solve[x^2 - x - 56 == 0, {x}]
resuelve

Out[ ]=

{{x → -7}, {x → 8}}

Tomamos como solución x = 8

Problema 33

Resuelve la ecuación: $\frac{x!}{(x-3)!} = 720$

Desarrollando los factoriales:

In[ ]:= $\frac{x!}{(x-3)!} = 720$

Out[ ]=

720

In[ ]:= $\frac{x\,(x-1)\,(x-2)\,(x-3)!}{(x-3)!} = 720$

Out[ ]=

720

In[ ]:= x (x - 1) (x - 2) = 720

Out[ ]=

720

Resolviendo la ecuación correspondiente:

In[ ]:= Solve[x (x - 1) (x - 2) == 720, {x}]
resuelve

Out[ ]=

$\left\{\{x \to 10\}, \left\{x \to \frac{1}{2}\left(-7 - i\sqrt{239}\right)\right\}, \left\{x \to \frac{1}{2}\left(-7 + i\sqrt{239}\right)\right\}\right\}$

Tomamos como solución x = 10

Problema 34

Resuelve la ecuación: $P_x = 24$

Desarrollando los factoriales:

In[ ]:= x (x - 1) (x - 2) ! = 24;

In[ ]:= 4 * 3 * 2 = 24;

Luego, x = 4

Problema 35

Resuelve la ecuación: $\frac{1}{6}P_x = V_{5,4}$

Desarrollando:

In[ ]:= $\frac{1}{6}\,x! = 5*4*3*2;$

In[∘]:= $\frac{1}{6}$ x! = 120;

In[∘]:= x! = 720;

In[∘]:= x (x - 1) (x - 2) (x - 3) (x - 4) = 720;

Podemos verlo como:

In[∘]:= 6 * 5 * 4 * 3 * 2 = 720;

Es decir:

In[∘]:= x = 6

Out[∘]=

6

Comprobación:

In[∘]:= Solve[$\frac{1}{6}$ x! == 120, {x}]
resuelve

Out[∘]=

Solve[True, {6}]

Problema 36

Resuelve la ecuación: 3 $P_x = V_{3,2}$

In[∘]:= 3 P_x = 3 * 2;

In[∘]:= 3 P_x = 6;

In[∘]:= P_x = 2;

In[∘]:= x (x - 1) = 2;

In[∘]:= 2 * 1 = 2;

Luego, x = 2

Problema 37

Resuelve la ecuación: $P_x = 5\ P_{x-1}$

In[∘]:= P_x = 5 P_{x-1}

In[∘]:= x! = 5 (x - 1)!

In[∘]:= x (x - 1)! = 5 (x - 1)!

Luego:

In[∘]:= x = 5

Problema 38

Resuelve la ecuación: 6 $P_{x-2} = P_x$

In[∘]:= 6 (x - 2)! = x!

In[∘]:= 6 (x - 2)! = x (x - 1) (x - 2)!

In[∘]:= 6 = x (x - 1)

In[11]:=
```
Solve[6 == x (x - 1), {x}]
```
resuelve

Out[11]=

$\{\{x \to -2\}, \{x \to 3\}\}$

Luego:

In[ ]:= $x = 3$

Problema 39

Resuelve la ecuación: $\frac{V_{x-2}}{P_2} = \frac{V_{x-3}}{P_3}$

In[ ]:= $\frac{x (x - 1)}{2!} = \frac{x (x - 1) (x - 2)}{3!}$

In[ ]:= $\frac{x - 2}{3} = 1$

In[ ]:= $x - 2 = 3$

In[ ]:= $x = 5$

Problema 40

Resuelve la ecuación: $8 P_{x-1} + 3 P_x = P_{x+1}$

Desarrollando:

In[ ]:= $8 P_{x-1} + 3 P_x = P_{x+1}$

In[ ]:= $8 (x - 1)! + 3 x! = (x + 1)!$

In[ ]:= $8 (x - 1)! + 3 x (x - 1)! = (x + 1) x (x - 1)!$

In[ ]:= $(8 + 3 x) = (x + 1) x$

In[ ]:= $x^2 - 2 x - 8 = 0$

Resolviendo la ecuación:

In[12]:=
```
Solve[x^2 - 2 x - 8 == 0, {x}]
```
resuelve

Out[12]=

$\{\{x \to -2\}, \{x \to 4\}\}$

Tomamos el valor de 4

Problema 41

¿Cuántos números de 5 cifras distintos pueden formarse con los guarismos 1, 2, 3, 4 y 5 que sean menores de 54000, no pudiéndose repetir ningún guarismo?

Como formamos las agrupaciones tomando todos los elementos del conjunto, serían permutaciones. Por tanto todas las posibles serían 5!

In[ ]:= $P_5 = 5!$

Out[ ]=

120

Los que son mayores de 54000 serán los que empiezan por 5 4 _ _ _

In[•]:=
```
P3 = 3 !
```
Out[•]=
```
6
```

Los números de 5 cifras menores que 54000 son:

In[•]:=
```
120 - 6
```
Out[•]=
```
114
```

Para verlo:

In[•]:=
```
Permutations[{1, 2, 3, 4, 5}]
```
permutaciones

Out[•]=
```
{{1, 2, 3, 4, 5}, {1, 2, 3, 5, 4}, {1, 2, 4, 3, 5}, {1, 2, 4, 5, 3}, {1, 2, 5, 3, 4},
 {1, 2, 5, 4, 3}, {1, 3, 2, 4, 5}, {1, 3, 2, 5, 4}, {1, 3, 4, 2, 5}, {1, 3, 4, 5, 2},
 {1, 3, 5, 2, 4}, {1, 3, 5, 4, 2}, {1, 4, 2, 3, 5}, {1, 4, 2, 5, 3}, {1, 4, 3, 2, 5},
 {1, 4, 3, 5, 2}, {1, 4, 5, 2, 3}, {1, 4, 5, 3, 2}, {1, 5, 2, 3, 4}, {1, 5, 2, 4, 3},
 {1, 5, 3, 2, 4}, {1, 5, 3, 4, 2}, {1, 5, 4, 2, 3}, {1, 5, 4, 3, 2}, {2, 1, 3, 4, 5},
 {2, 1, 3, 5, 4}, {2, 1, 4, 3, 5}, {2, 1, 4, 5, 3}, {2, 1, 5, 3, 4}, {2, 1, 5, 4, 3},
 {2, 3, 1, 4, 5}, {2, 3, 1, 5, 4}, {2, 3, 4, 1, 5}, {2, 3, 4, 5, 1}, {2, 3, 5, 1, 4},
 {2, 3, 5, 4, 1}, {2, 4, 1, 3, 5}, {2, 4, 1, 5, 3}, {2, 4, 3, 1, 5}, {2, 4, 3, 5, 1},
 {2, 4, 5, 1, 3}, {2, 4, 5, 3, 1}, {2, 5, 1, 3, 4}, {2, 5, 1, 4, 3}, {2, 5, 3, 1, 4},
 {2, 5, 3, 4, 1}, {2, 5, 4, 1, 3}, {2, 5, 4, 3, 1}, {3, 1, 2, 4, 5}, {3, 1, 2, 5, 4},
 {3, 1, 4, 2, 5}, {3, 1, 4, 5, 2}, {3, 1, 5, 2, 4}, {3, 1, 5, 4, 2}, {3, 2, 1, 4, 5},
 {3, 2, 1, 5, 4}, {3, 2, 4, 1, 5}, {3, 2, 4, 5, 1}, {3, 2, 5, 1, 4}, {3, 2, 5, 4, 1},
 {3, 4, 1, 2, 5}, {3, 4, 1, 5, 2}, {3, 4, 2, 1, 5}, {3, 4, 2, 5, 1}, {3, 4, 5, 1, 2},
 {3, 4, 5, 2, 1}, {3, 5, 1, 2, 4}, {3, 5, 1, 4, 2}, {3, 5, 2, 1, 4}, {3, 5, 2, 4, 1},
 {3, 5, 4, 1, 2}, {3, 5, 4, 2, 1}, {4, 1, 2, 3, 5}, {4, 1, 2, 5, 3}, {4, 1, 3, 2, 5},
 {4, 1, 3, 5, 2}, {4, 1, 5, 2, 3}, {4, 1, 5, 3, 2}, {4, 2, 1, 3, 5}, {4, 2, 1, 5, 3},
 {4, 2, 3, 1, 5}, {4, 2, 3, 5, 1}, {4, 2, 5, 1, 3}, {4, 2, 5, 3, 1}, {4, 3, 1, 2, 5},
 {4, 3, 1, 5, 2}, {4, 3, 2, 1, 5}, {4, 3, 2, 5, 1}, {4, 3, 5, 1, 2}, {4, 3, 5, 2, 1},
 {4, 5, 1, 2, 3}, {4, 5, 1, 3, 2}, {4, 5, 2, 1, 3}, {4, 5, 2, 3, 1}, {4, 5, 3, 1, 2},
 {4, 5, 3, 2, 1}, {5, 1, 2, 3, 4}, {5, 1, 2, 4, 3}, {5, 1, 3, 2, 4}, {5, 1, 3, 4, 2},
 {5, 1, 4, 2, 3}, {5, 1, 4, 3, 2}, {5, 2, 1, 3, 4}, {5, 2, 1, 4, 3}, {5, 2, 3, 1, 4},
 {5, 2, 3, 4, 1}, {5, 2, 4, 1, 3}, {5, 2, 4, 3, 1}, {5, 3, 1, 2, 4}, {5, 3, 1, 4, 2},
 {5, 3, 2, 1, 4}, {5, 3, 2, 4, 1}, {5, 3, 4, 1, 2}, {5, 3, 4, 2, 1}, {5, 4, 1, 2, 3},
 {5, 4, 1, 3, 2}, {5, 4, 2, 1, 3}, {5, 4, 2, 3, 1}, {5, 4, 3, 1, 2}, {5, 4, 3, 2, 1}}
```

Problema 42

¿De cuántas maneras diferentes se puede escribir el monomio $x^1 y^2 z^3$, teniendo en cuanta el orden de colocación de las letras en los exponentes?

Teniendo en cuenta el orden de colocación de las letras, serán:

In[•]:=
```
P3 = 3 !
```
Out[•]=
```
6
```

Teniendo en cuenta el orden de colocación de los exponentes, serán:

In[ ]:= $P_3 = 3!$

Out[ ]= 6

El número total de monomios que podemos escribir:

In[ ]:= 6 * 6

Out[ ]= 36

Problema 43

Con 2 vocales y 3 consonantes distintas, cuantas palabras de 5 letras no repetidas pueden formarse con la condición de que no figuren 2 consonantes seguidas?

La posición relativa de vocales y consonantes, conduce a: C V C V C. En cuanto a consonantes serán:

In[ ]:= $P_3 = 3!$

Out[ ]= 6

En cuanto a vocales serán:

In[ ]:= $P_2 = 2!$

Out[ ]= 2

El número total de palabras distintas serán:

In[ ]:= 6 * 2

Out[ ]= 12

Problema 44

Con 2 vocales y 3 consonantes distintas, cuantas palabras de 5 letras no repetidas pueden formarse con la condición de que no figuren 2 vocales seguidas ni 3 consonantes seguidas?

La posición relativa de vocales y consonantes, conduce a: C V C V C, C V C C V, V C C V C y C C V C V

En cuanto a vocales serán:

In[ ]:= $P_2 = 2!$

Out[ ]= 2

Con las consonantes:

In[ ]:= $P_3 = 3!$

Out[ ]= 6

Como el número de palabras son 5:

In[ ]:= 5 * 2 * 6

Out[ ]= 60

Problema 45

Con 3 vocales y 3 consonantes distintas, cuantas palabras de 6 letras no repetidas pueden formarse con la condición de que no figuren 2 vocales seguidas ni 2 consonantes seguidas?

La posición relativa de vocales y consonantes, conduce a las agrupaciones: V C V C V C ó C V C V C V. En cuanto a la primera agrupación sería:

En cuanto a vocales serán:

In[ ]:= $P_3 = 3!$

Out[ ]=

6

En cuanto a consonantes serán:

In[ ]:= $P_3 = 3!$

Out[ ]=

6

En total:

In[ ]:= 6 * 6

Out[ ]=

36

En cuanto a la segunda agrupación, también serían 36. Luego en total serían

In[ ]:= 36 + 36

Out[ ]=

72

Problema 46

Con las letras de la palabra SUMAR, ¿Cuántas permutaciones pueden hacerse? ¿Cuantas empiezan por consonante?

Con todas las letras de la palabra SUMAR se pueden hacer:

In[ ]:= $P_5 = 5!$

Out[ ]=

120

Al aplicar la condición de que empiecen por consonante, vemos que habrían tres posibilidades: S _ _ _ _ , M _ _ _ _ y R _ _ _ _. De cada una saldrían:

In[ ]:= $P_4 = 4!$

Out[ ]=

24

Como hay tres posibilidades:

In[ ]:= 3 * 24

Out[ ]=

72

Problema 47

Con las letras de la palabra ELOISA, ¿Cuántas ordenaciones distintas pueden hacerse de manera que empiecen y terminen en consonante? ¿Cuántas que empiecen y terminen por vocal?

Al aplicar la condición de que empiecen por vocal y terminen en consonante, tendríamos las agrupaciones del tipo: L _ _ _ _ S, S _ _ _ _ L. De cada una serían:

In[∘]:= $P_4 = 4!$

Out[∘]=

24

Como hay dos agrupaciones:

In[∘]:= 2 * 24

Out[∘]=

48

Al aplicar la condición de que empiecen por vocal y terminen en vocal, tendríamos las agrupaciones del tipo:
E _ _ _ _ O, E _ _ _ _ I , E _ _ _ _A
O_ _ _ _ E, O _ _ _ _ I , O_ _ _ _A
I _ _ _ _ E, I _ _ _ _ O , I _ _ _ _A
A _ _ _ _ E, A_ _ _ _ O , A _ _ _ _I
De cada una son P4 = 4!

In[∘]:= $P_4 = 4!$

Out[∘]=

24

Como hay doce agrupaciones:

In[∘]:= 12 * 24

Out[∘]=

288

Problema 48

Con las letras de la palabra SAJON, ¿Cuántas ordenaciones distintas pueden hacerse en las que aparezca la J en medio? ¿Cuántas que empiecen y terminen en consonante?

Al aplicar la condición de que empiecen de que la J esté en medio daría lugar: _ _ J _ _ Es decir:

In[∘]:= $P_4 = 4!$

Out[∘]=

24

Si empieza y termina en consonante, da lugar a las agrupaciones:
S _ _ _ J
S _ _ _ N
J _ _ _ S
J _ _ _ N
N_ _ _ S
N _ _ _ J
Cada una genera 3! = 6. En total

In[∘]:= 6 * 6

Out[∘]=

36

Problema 49

Con los guarismos: 1, 2, 3, 4 , 5 y 6

a) ¿Cuántos números distintos de cinco cifras pueden formarse sin repetir ningún guarismo?

b) ¿Cuántos son múltiplos de 2?

c) ¿Cuántos son impares?

d) ¿Cuántos son múltiplos de 5?

a) El número de agrupaciones son:

In[ ]:=
```
V6,5 = 6 * 5 * 4 * 3 * 2 = 720;
```

Set : Tag Times in 2 3 4 5 6 is Protected.

b) Serán múltiplos de 2 los que acaben en _ _ _ _ 2, _ _ _ _4 ó _ _ _ _6. Cada grupo genera P4 = 4! = 24, haciendo un total de:

In[ ]:=
```
3 * 24
```

Out[ ]=
```
72
```

c) Serán impares los que acaben en _ _ _ _ 1, _ _ _ _5. Cada grupo genera P4 = 4! = 24, haciendo un total de:

In[ ]:=
```
2 * 24
```

Out[ ]=
```
48
```

d) Son múltiplos de 5 los que acaben en 5: _ _ _ _5. Cada grupo genera P4 = 4! = 24, haciendo un total de:

In[ ]:=
```
24
```

Out[ ]=
```
24
```

Problema 50

Supuestamente ordenadas en sucesión creciente todas las permutaciones posibles de las cifras 1, 2, 3, 5, 8, 9, ¿qué lugar ocuparía en la sucesión el número 598132?

El número de permutaciones sería:

In[ ]:=
```
6 !
```

Out[ ]=
```
720
```

Creamos una lista donde guardamos todas las permutaciones y preguntamos por la posición que ocupa el número en cuestión:

In[ ]:=
```
lista1 = Permutations[{1, 2, 3, 5, 8, 9}];
```
permutaciones

In[ ]:=
```
Position[lista1, {5, 9, 8, 1, 3, 2}]
```
posición

Out[ ]=
```
{{476}}
```

Como comprobación:

In[ ]:=
```
Part[lista1, 476]
```
parte

Out[ ]=
```
{5, 9, 8, 1, 3, 2}
```

Problema 51

Colocadas en orden alfabético todas las permutaciones de {a, b, c, d, e, f, g}, se desea saber el lugar que ocupa la permutación “cgadbef”.

El número de permutaciones sería:

In[ ]:=
```
7 !
```

Out[ ]=
```
5040
```

Creamos una lista donde guardamos todas las permutaciones y preguntamos por la posición que ocupa el número en cuestión:

In[ ]:=
```
lista2 = Permutations[{a, b, c, d, e, f, g}];
```
permutaciones

In[ ]:=
```
Position[lista2, {c, g, a, d, b, e, f}]
```
posición

Out[ ]=
```
{{2047}}
```

Problema 52

Con las cifras: 0, 1, 2, 3 y 4

a) ¿Cuántos números distintos de cinco cifras pueden formarse?

b) Si prescindimos de los que empiezan por cero, ¿cuántos quedan?

c) ¿Cuánto vale la suma de todos ellos?

El número total de cifras sería:

$P_5 = 5!$

In[ ]:=
```
5 !
```

Out[ ]=
```
120
```

Si considderamos los que empiezan por cero, 0 _ _ _ _ :

$P_4 = 4!$

In[ ]:=
```
4 !
```

Out[ ]=
```
24
```

Luego quedan:

In[ ]:=
```
120 - 24
```

Out[ ]=
```
96
```

La suma de las unidades es:

In[2]:= 24 (0 + 1 + 2 + 3 + 4)

Out[2]= 240

La suma total:

In[3]:= s1 = 240 + 240 * 10 + 240 * 100 + 240 * 1000 + 240 * 10 000

Out[3]= 2 666 640

A esta suma hay que restarle los que empiezan por cero:

In[4]:= $s2 = \frac{24}{4} (1 + 2 + 3 + 4)\ 1111$

Out[4]= 66 660

En total:

In[5]:= s1 - s2

Out[5]= 2 599 980

PERMUTACIONES CON REPETICIÓN

Problema 1

Tenemos tres bolígrafos de colores rojo, negro y azul. ¿Cuantas combinaciones diferentes podemos hacer con esos bolígrafos?

Las ordenaciones distintas posibles sin repetición, serían 3!, es decir:

In[ ]:= Permutations[{R, N, A}]
permutaciones valor nun

Out[ ]=

{{R, N, A}, {R, A, N}, {N, R, A}, {N, A, R}, {A, R, N}, {A, N, R}}

Si consideramos que pueden repetirse elementos en cada grupo. Por ejemplo, un boli rojo y dos negros. Lo que representamos por el superíndice 1, (solo se repite una vez) y 2 (se repite dos veces). La fórmula me dice:

In[1]:= $P_3^{1,2} = \frac{3\,!}{1\,! \times 2\,!} = 3$

Problema 2

Con las letras de la palabra MATEMATICAS, ¿cuántas palabras distintas se pueden formar?

En la palabra MATEMATICAS, tenemos 11 letras: 2M, 3A, 2T, 1E, 1I, 1C, 1S. La fórmula sería:

In[11]:= $P_{11}^{2,3,2,1,1,1,1} = \frac{11\,!}{2\,! \times 3\,! \times 2\,!} = 1\,663\,200$

Problema 3

Tengo en la nevera 3 yogures de limón, 2 de fresa y 1 de macedonia. ¿De cuántas formas distintas pueden estar ordenados?

Eso significa que tenemos 6 elementos. Uno aparece tres veces, otro 2 veces y el último, una vez. Luego la fórmula será:

In[ ]:= $P_6^{3,2,1} = \dfrac{6!}{3! \times 2! \times 1!} = 60$

Problema 4

¿De cuántas formas distintas se pueden ordenar 2 bolígrafos negros y 4 bolígrafos azules?

La respuesta será:

In[ ]:= $P_6^{2,4} = \dfrac{6!}{2! \times 4!} = 15$

Problema 5

a) ¿Halla el número de permutaciones que se pueden formar con las letras de la palabra CAÑADA?

b) ¿Cuántas empiezan por A?

c) ¿Cuántas tienen tres vocales juntas?

d)¿Cuántas empiezan por C y terminan en A?

En la palabra CAÑADA, tenemos 6 letras: 1C, 3A, 1Ñ, 1D. La fórmula sería:

$P_6^{1,3,1,1} = \dfrac{6!}{3!} = 120$

Las que empiezan por A serían: A _ _ _ _ A:

In[ ]:= 4 !

Out[ ]=

24

Las que tienen tres vocales juntas: A A A _ _ _ , _ A A A _ _ , _ _ A A A_, _ _ _ A A A:

In[ ]:= 4 * 3 !

Out[ ]=

24

Las que empiezan y acaban de esta forma: C_ _ _ _ A, las letras en juego son: 2A, 1Ñ, 1D

$P_4^{2,1,1} = \dfrac{4!}{2!} = 12$