La aceleración de un movil vale $\vec{a}=6t\vec{i}-12t\vec{j}$ (tiempo en seg. y a en m/s^2). Sabemos que el movil estaba inicialmente en reposo y que para t=1 s su vector de posición era $\vec{r}=-7\vec{i}+5\vec{j}$. Calcular: a) Vector velocidad y vector posición en función del tiempo; b) componentes normal y tangencial de la aceleración; c) radio de curvatura y ecuación de la trayectoria; d) indicar el tipo de movimiento; e) decir donde se encuentra el cuerpo cuando la aceleración vale $\vec{a}=12\vec{i}-24\vec{j}$; f) ¿Y cuándo vale $\vec{a}=18\vec{i}-30\vec{j}$?

El vector velocidad:

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}, \quad d\vec{v}=\vec{a}\,dt, \quad \int_0^{v} d\vec{v}=\int_0^t \vec{a}\,dt$$

$$\vec{v}=\int_0^t 6t\vec{i}\,dt+\int_0^t -12t\vec{j}\,dt = 3t^2\vec{i}-6t^2\vec{j}$$

El vector posición:

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}, \quad d\vec{r}=\vec{v}\,dt, \quad \int_{r(t=1s)}^{\vec{r}} = \int_1^t \vec{v}\,dt$$

$$r-r(1)=\int_1^t 3t^2\vec{i}\,dt-\int_1^t 6t^2\vec{j}\,dt = t^3\vec{i}-2t^3\vec{j}\Big]_1^t =$$

$$= t^3\vec{i} - 2t^3\vec{j} - \vec{i} + 2\vec{j} = (t^3-1)\vec{i} + (2-t^3)\vec{j}$$

$$\vec{r} = (t^3-1)\vec{i} - 2(t^3-1)\vec{j} + \vec{r}(1) = (t^3-1)\vec{i} - 2(t^3-1) - 7\vec{i} + 5\vec{j} =$$

$$= (t^3-8)\vec{i} - (2t^3-7)\vec{j}$$

b) Cálculo de a_T:

$$|\vec{v}| = \sqrt{(3t^2)^2+(6t^2)^2} = \sqrt{9t^4+36t^4} = \sqrt{45t^4}$$

$$|\vec{a_T}| = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{180t^3}{2\sqrt{45t^4}} = \frac{90t^{\cancel{3}2}}{3\cancel{t^2}\sqrt{5}} = \frac{30t}{\sqrt{5}} = 13.42t$$

cálculo de a_N:

$$|\vec{a}| = \sqrt{(6t^2)^2+(12t)^2} = \sqrt{36t^2+144t^2} = \sqrt{180t^2}$$

$$|\vec{a_N}| = \sqrt{|\vec{a}|^2-|\vec{a_T}|^2} = \sqrt{180t^2-(13.42t)^2} = 0$$

c) $R = \dfrac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a_N}|} = A$

$$\left.\begin{array}{l} x = t^3 - 8 \\ y = 7 - 2t^3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} t^3 = x + 8 \\ y = 7 - 2(x+8) = 7 - 2x - 16 = -9 - 2x \end{array}$$

$$\boxed{y = -9 - 2x}$$

d) Es un movimiento rectilíneo acelerado (no uniforme)

e) $\vec{a} = 12\vec{i} - 24\vec{j}$

Como $\vec{a} = 6t\,\vec{i} - 12t\,\vec{j}$

Se consigue que las dos aceleraciones se igualan para $t = 2\,s$

su posición será:

$$\vec{r} = (t^3 - 8)\,\vec{i} - (2t^3 - 7)\,\vec{j} = (2^3 - 8)\,\vec{i} - (2(2)^3 - 7)\,\vec{j} =$$

$$= 0\,\vec{i} - 9\,\vec{j} = \boxed{-9\,\vec{j}}$$

f) Nunca