El vector de posición de un movil es $\vec{r}=(t^2-5)\vec{i}+(t+1)\vec{j}+(t^3-2t)\vec{k}$. Hallar, para t=1 s: a) los vectores $\vec{v}$ y $\vec{a}$; b) las componentes tangencial y normal de la aceleración; c) el radio de curvatura; d) los vectores unitarios $\vec{u}_t$ y $\vec{u}_n$.

a) $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2t\,\vec{i} + \vec{j} + (3t^2-2)\,\vec{k} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

$|\vec{v}| = \sqrt{2^2+1^2+1^2} = \sqrt{6} = 2.45 \text{ m/s}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\vec{i} + 6t\,\vec{k} = 2\vec{i} + 6\vec{k}$

$|\vec{a}| = \sqrt{2^2+6^2} = \sqrt{40} = 6.32 \text{ m/s}^2$

b) Cálculo de la a_T:

$|\vec{v}| = \sqrt{(2t)^2+1^2+(3t^2-2)^2}$

$|\vec{a}_T| = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{4t + 12t(3t^2-2)}{2\sqrt{(2t)^2+1+(3t^2-2)^2}} = \frac{20}{2 \cdot 2.45} =$

$= 4.08 \ m/s^2$

Cálculo de la a_N:

$$|\vec{a}|^2 = |\vec{a}_T|^2 + |\vec{a}_N|^2, \quad |\vec{a}_N| = \sqrt{|\vec{a}|^2 - |\vec{a}_T|^2} =$$

$$= \sqrt{(6.32)^2 - (4.08)^2} = 4.83 \ m/s^2$$

c) Cálculo del radio de curvatura:

$$|\vec{a}_N| = \frac{|\vec{v}|^2}{R}, \quad R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_N|^2} = \frac{6}{4.83} = 1.24 \ m$$

d) primero calculamos el vector unitario $\vec{u}_T$

$$\vec{u}_T = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{j} + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{k}$$

la componente tangencial $= |\vec{a}_T| \ \vec{u}_T =$

$$= 4.1\left(\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{j} + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{k}\right) = \frac{8.2}{\sqrt{6}}\vec{i} + \frac{4.1}{\sqrt{6}}\vec{j} + \frac{4.1}{\sqrt{6}}\vec{k}$$

$$\vec{a} = |\vec{a}_T|\,\vec{u}_T + |\vec{a}_N|\,\vec{u}_N = 4.1\,\vec{u}_T + 4.83\,\vec{u}_N$$

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 6\vec{k}$$

$$\left(\frac{8.2}{\sqrt{6}}\vec{i} + \frac{4.1}{\sqrt{6}}\vec{j} + \frac{4.1}{\sqrt{6}}\vec{k}\right) + \left(x\vec{i} + y\vec{j} + 7\vec{k}\right) = 2\vec{i} + 6\vec{k}$$

$$\begin{cases} \frac{8.2}{\sqrt{6}} + x = 2 \\ \frac{4.1}{\sqrt{6}} + y = 0 \\ \frac{4.1}{\sqrt{6}} + z = 6 \end{cases}$$

$$x = 2 - \frac{8.2}{\sqrt{6}} = -1.3$$

$$y = -\frac{4.1}{\sqrt{6}} = -1.68$$

$$7 = 6 - \frac{4.1}{\sqrt{6}} = 4.32$$

$$\vec{a}_N = -1.3\vec{i} - 1.68\vec{j} + 4.32\vec{k}$$ (ya se le supone multiplicado por el valor de $|\vec{a}_N|$)

$$\vec{u}_N = -\frac{1.3}{4.83}\vec{i} - \frac{1.68}{4.83}\vec{j} + \frac{4.32}{4.83}\vec{k} = -0.27\vec{i} - 0.35\vec{j} + 0.9\vec{k}$$