Las posiciones que ocupa un movil en su movimiento, vienen dadas por las siguientes ecuaciones, en las que x, y, z, están expresadas en metros, y t en segundos:

$x=t^2+2t-5 \quad y=t+1 \quad z=t^3+2t$

Hallar, para el instante t=2 s:

a) La posición del movil.
b) El módulo de la velocidad.
c) La aceleración.
d) La aceleración tangencial y normal.
e) El radio de la curvatura de la trayectoria.

a) para t=2 s.

$x = 2^2 + 2\times 2 - 5 = 3$

$y = 2+1 = 3$

$z = 2^3 + 2\times 2 = 12$

$|\vec{r}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2} = \sqrt{3^2+3^2+12^2} = \underline{\underline{12.73\ m}}$

b) $\vec{v}_x = \dfrac{dx}{dt} = 2t+2 = 6\ m/s$

$\vec{v}_y = \dfrac{dy}{dt} = 1\ m/s$

$$\vec{v}_z = \frac{dz}{dt} = 3t^2+2 = 14\ m/s$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(2t+2)^2+1^2+(3t^2+2)^2} = \sqrt{6^2+1^2+14^2} = 15.26\ m/s$$

b) $$\vec{a}_x = \frac{d\vec{v}_x}{dt} = 2\ m/s^2, \quad \vec{a}_y = \frac{d\vec{v}_y}{dt} = 0\ m/s^2, \quad \vec{a}_z = \frac{d\vec{v}_z}{dt} = 6t = 12\ m/s^2$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2+0^2+(6t)^2} = \sqrt{4+0+12^2} = 12.17\ m/s^2$$

c) $$|\vec{a}_T| = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d\left(\sqrt{(2t+2)^2+1^2+(3t^2+2)^2}\right)}{dt} = \frac{4(2t+2)+12t(3t^2+2)}{2\sqrt{\ }} =$$

$$= \frac{360}{2\times 15.26} = 11.8\ m/s^2$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{|\vec{a}_T|^2+|\vec{a}_N|^2}, \quad |\vec{a}_N| = \sqrt{|\vec{a}|^2-|\vec{a}_T|^2} = \sqrt{(12.17)^2-(11.8)^2} =$$

$$= 2.98\ m/s^2$$

d) $$a_N = \frac{|\vec{v}|^2}{R}, \quad R = \frac{|\vec{v}|^2}{a_N} = \frac{(15.26)^2}{2.98} = 78.14\ m$$